GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 1 — 1 OCTOMVRIE 1936

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:
Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

PERSONALUL REDACŢIUNII

O. N. ŢINO. Membru delegat pentru clasarea exerciţiilor propuse.

C. IONESCU-BUJOR. Membru delegat pentru concentrarea soluţiunilor de publicat şi imprimarea „Suplimentului".

HAR. P. IONESCU. Membru delegat pentru corecturi.

LT. C. IONESCU-ŢIU. Membru delegat pentru totalizarea şi formarea tabelei de rezolvitori.

ADR. GHEORGHIU. Membru delegat pentru alcătuirea dosarelor de soluţiuni primite.

G-L GH. BUICLIU, N. BOTEA, U. FLORESCU, ADR. GHEORGHIU, GH. TH. GHEORGHIU, HAR. P. IONESCU, C. IONESCU-BUJOR, LT. C. IONESCU-ŢIU, MAIOR I. LINTEŞ, N. N. MIHĂILEANU, AL. AL. ROŞU, GH. D. SIMIONESCU, M. SARIAN, O. N. ŢINO şi LT. COMANDOR GR. ZAPAN. Membri delegaţi pentru exerciţii propuse.

CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE" DIN 1937

Adunarea generală a Societăţii *Gazeta Matematică* a hotărît, în şedinţa dela 25 August a. c. ţinerea unui concurs de matematici în cursul anului 1937 între elevii liceelor, civile şi militare, din ţară şi între elevii anului preparator al Şcoalei Politehnice «Regele Carol II».

Concursul va avea loc după Paşti înainte de reînceperea cursurilor, în Bucureşti, unde se va da examen înscris şi oral, dacă Societatea va dispune de mijloace de a aduce candidaţii; dacă vor lipsi aceste mijloace, concursul se va ţine într'o duminică din luna Mai, în diferite centre din ţară, dându-se numai teze.

Deciziunea în această privinţă se va publica în numărul din Februarie 1937.

Fiecare candidat este obligat să se înscrie *la două din materiile clasei sale,* urmând a da, la fiecare, teză, iar în cazul ţinerii concursului în Bucureşti, şi oral.

Pentru unitatea pregătirii, se va publica în numărul din Octomvrie al *Gazetei Matematice* un program, conţinând materia pe care candidatul unei anume clase va trebui să o pregătească pentru obiectul la care e înscris.

Sub niciun motiv candidatul nu va fi scuzat de nepregătirea unor capitole trecute în programul clasei sale, pentru obiectul ales.

Cererile de înscriere se vor trimite direct de candidaţi Societăţii Gazeta Matematică, Calea Griviţei, 158. Bucureşti 2, în plicuri recomandate, până cel mai târziu la 31 Decemvrie 1936.

Nu se primesc cereri trimise de părinţi, corespondenţi, profesori sau şcoli.

Cererile vor arăta neapărat, numerotate şi în ordinea arătată aci, următoarele date:

1. Numele şi pronumele, scrise clar.

2. Clasa sau anul pregătitor în care urmează candidatul. Pentru cei pregătiţi în particular se va arăta şcoala la care a urmat anul precedent sau în care a depus examenul de fine de an pentru clasa precedentă.

3. Adresa în timpul şcoalei şi în timpul vacanţei Paştilor, pentru a se putea face comunicările şi înştiinţările necesare.

4. Dacă dispune de mijloace de a veni în Bucureşti, dacă are unde fi găzduit şi întreţinut aci în timpul concursului, sau dacă unul din aceste mijloace ar urma să fie procurat de Societatea *Gazeta Matematică.*

Dacă are nevoie de bani pentru drum, va indica şi gara de unde va lua trenul pentru a veni în Bucureşti şi gara la care se întoarce după concurs.

5. Cele două materii la care se înscrie.

6. Activitatea sa la *Gazeta Matematică, Suplimentul cu exerciţii al Gazetei Matematice,* sau la alte reviste din ţară şi străinătate.

Candidaţii înscrişi la concurs, dacă din diferite motive nu se mai pot prezenta, sunt obligaţi să anunţe din timp.

Părăsirea sălilor de concurs înscris este interzisă înainte de predarea tezelor.

Se atrage atenţiunea că toate condiţiunile, pentru înscriere şi ţinerea concursului, trebuesc respectate cu toată exactitatea inerentă ştiinţelor matematice.

In numărul 6 din Februarie 1937 al *Gazetei Matematice* se va publica modul de ţinere al concursului, localitatea, orele de prezentare şi numele candidaţilor admişi la concurs.

Numărul celor admişi va depinde de sacrificiile materiale ce se vor cere societăţii *Gazeta Matematică,* pentru transportul, găzduirea şi întreţinerea candidaţilor şi de pregătirea pe care aceştia vor arăta-o în cererile ce vor face.

Candidaţii reuşiţi la concurs vor primi ulterior diplome, recompense, premii sau menţiuni. Primul care va reuşi la concurs, dintre elevii anului preparator de pe lângă Şcoala Politehnică «Regele Carol II» din Bucureşti, va primi premiul «ANGHEL SALIGNY» (de 1000 lei) oferit de un membru al Societăţii noastre, iar primul reuşit dintre toţi candidaţii va primi premiul «LT.-COL. G. TĂNĂSESCU» în cărţi, în conformitate cu înştiinţarea făcută în *Gazeta Matematică* Vol. XLII. No. 1, la articolul: *Premii, donaţiuni şi alte dispoziţiuni ale fondurilor Gazetei Matematice.*

Comisiunea examinatoare se va compune din membrii Societăţii *Gazeta Matematică,* cari nu vor avea rude printre candidaţii admişi la concurs.

DELEGAŢIA SOCIETĂŢII.

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa IV-a. *Exerc. 119. Se dau planele* P, Q, R *şi dreapta* D. *O dreaptă* Δ *mobilă se prijină pe* D *şi rămâne paralelă cu planele* Q *şi* R. *Să se afle locul geometric al intersecţiei dreptei* Δ *cu planul P.*

N. M.

Dreapta Δ, rămânând paralelă cu o dreaptă, intersecţia planelor Q şi R, şi sprijinindu-se pe D, generează un plan care taie planul P după o dreaptă, locul geometric căutat.

IV. 143. Un jucător câştigă la clasa patra a loteriei statului 6.000.000 lei, din care i se reţine o parte drept taxe.

Din ce primeşte (neto), cumpără o casă, iar din restul rămas după cumpărarea casei depune $\frac{3}{4}$ cu 4% şi $\frac{1}{4}$ cu 3,5% realizând un venit de 58.125 lei. Se cere să se calculeze preţul casei şi sumele depuse cu 4% şi 3,5%, ştiind că taxele sunt $\frac{13}{2}$ din valoarea casei. GH. B.

Fie x valoarea casei, deci $\frac{13x}{2}$ taxele.

După ce se plătesc taxele şi casa, rămân

$$\frac{12.000.000 - 15x}{2}$$

lei. Ecuaţia problemei este

$$\frac{(12.000.000 - 15x)\,3}{200} + \frac{(12.000.000 - 15x)\,3{,}5}{800} = 58.125$$

a cărei rădăcină este

$$x = 600.000.$$

Aceasta este şi valoarea casei. Taxele vor fi 3.900.000, partea depusă cu 4% este 1.125.000, iar cea depusă cu 3,5% este 375.000 lei.

La transcrierea enunţului pentru imprimat s'a strecurat o eroare, la fine trebuia valoarea casei este $\frac{13}{2}$ din taxe. Atunci se obţine 3.900.000 valoarea casei şi 600.000 taxele.

Clasa V-a. *Exerc. 155 şi VIII. 78. Pe două drepte perpendiculare în* O, *se iau punctele* P *şi* Q, *se poartă pe* $\overline{OP}$, *lungimile* $\overline{OR} = \overline{OS} = \overline{OQ}$, *pe perpendiculara în* Q *pe* $\overline{PQ}$ *şi opus lui* O, *se ia* $\overline{QT} = \overline{QP}$, $\overline{PT}$ *taie pe* $\overline{OQ}$ *în* U. *Segmentul* $\overline{OU}$ *este a patra proporţională între* $\overline{PR}$, $\overline{PS}$, $\overline{PO}$.

N. M.

1. Fie V intersecţia paralelelor din Q la OP şi T la OQ. Triunghiurile QVT şi OPQ sunt egale.

Deci

$$TR = TV + VR = OP + OQ = PS.$$

Insă:

$$\frac{OU}{TR = PS} = \frac{PO}{PR}.$$

2. Analitic :

$$O(o,o)\ ;\ P(p,o)\ ;\ Q(o,q)\ ;\ R(q,o)\ ;\ S(-q,o)\ ;\ T(q,p+q)\ ;$$

$$U\left(0,\ \frac{p(p+q)}{p-q}\right).\ PR=p-q,\ PS=p+q,\ldots$$

3. Fie α, unghiul OPQ; unghiul QPT $= 45^0$;

$$\frac{OU}{OP}=\operatorname{tang}(45^0+\alpha);\ \frac{PS}{RP}=\frac{OP+OQ}{OP-OQ}=\frac{1+\dfrac{OQ}{OP}}{1-\dfrac{OQ}{OP}}=\frac{1+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha}\ .$$

V. 156. Să se construiască un triunghiu ABC *în care se cunoaşte latura* $\overline{BC}$, *unghiul* A *şi piciorul* D *al uneia din bisectoarele unghiului* A.

GH. B.

Pe BC se construeşte un segment capabil de unghiul A. Diametrul perpendicular pe BC taie cercul construit în A_1 şi A_2.

Se uneşte D cu A_1 şi se obţine punctul A prin intersecţia cu segmentul construit. — Dacă D este exterior cercului, se duce DA_2.

In notaţie A_2 este pe segmentul capabil de unghiul A, iar A_1 pe segmentul capabil de $\pi - A$.

V. 158. Care este relaţia de condiţie pentru ca între rădăcinile ecuaţiei

$$x^2+px+q=0$$

să se verifice egalitatea

$$\frac{x_1+px_2}{qx_1+x_2}=\frac{p}{q}\ .$$

GH. B.

Relaţia dată şi relaţiunile între coeficienţi şi rădăcini sunt:

(1) $$(q-pq)\,x_1+(pq-p)\,x_2=0$$

(2) $$x_1+x_2=-p$$

(3) $$x_1x_2=q.$$

Scoţând pe x_1, x_2, din (1) şi (2) şi ducându-le în (3) se găseşte

$$p^3(p-1)(q-1)=(p+q-2pq)^2$$

care este relaţia cerută.

Clasa VIII-a. *Exerc. 45. Să se invedereze prin considerații de mecanică, că în planul unui patrulater oricum, există în general patru puncte astfel ca ariile triunghiurilor cu vârful în fiecare din ele și cu bază, respectiv perechi de laturi opuse, să fie egale.*

N. M.

Considerând două forțe pe laturile opuse ale patrulaterului, rezultanta lor va fi după teorema VARIGNON, locul geometric al punctelor care împreună cu laturele, formează triunghiuri echivalente. Schimbând sensul uneia din forțe se obține a doua rezultantă cu aceeași însușire. Ținând seamă și de celelalte două laturi opuse, rezultă 4 drepte cu totul, care tăindu-se în vârful patrulaterului complet, se taie în încă patru puncte.

VIII. 67. Să se rezolve ecuațiunea

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 3x^4 + 12x^3 - 9x^2 - 6x + 5 = 0$$

știind că are rădacinile multiple.

[Enunț rectificat]. A. A. R.

Notând cu D cel mai mare divizor comun dintre $f(x)$ și $f'(x)$ avem:

$$D = x^3 - x^2 - x + 1.$$

Deasemena D_1 fiind cel mai mare comun divizor între D și derivata sa D' găsim

$$D_1 = x - 1.$$

Apoi

$$\frac{f(x)}{D} = Q = x^3 - 5x^2 - x + 5\,; \quad \frac{D}{D_1} = Q_1 = x^2 - 1$$

$$\frac{Q}{Q_1} = X_1 = x - 5\,; \quad \frac{Q_1}{D_1} = X_2 = x + 1\,, \quad D_1 = X_3 = x - 1.$$

Deci

$$f(x) = X_1 X_2^2 X_3^3 = (x - 5)(x + 1)^2 (x - 1)^3.$$

Dar rădăcinile ecuației suunt:

$x_1 = 5$ răr. simplă. ; $x_{2,3} = -1$ răr. dublă,

$x_{4,5,6} = +1$ răr. triplă.

VIII. 77. Punctele $(0, \pm 2)$ *şi* $\left(1, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ *sunt vârfurile unui patrulater inscriptibil. O dreaptă oarecare trecând prin originea* O *a axelor de coordonate, taie cercul circumscris în* A *şi* B *şi dreapta* $x = 8$ *în* D. *Diviziunea* (A, O, B, D) *este armonică.*

N. M.

Ecuaţia cercului este $x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0$. Dreapta $y = \lambda x$ îl taie în A, B de abscise x_1, x_2;

$$(1 + \lambda^2)x^2 + \tfrac{1}{2}x - 2 = 0.$$

Diviziunea (A, O, B, D) e armonică dacă

$$\frac{OA}{OB} = -\frac{DA}{DB} \text{ sau } \frac{x_1}{x_2} = -\frac{8 - x_1}{8 - x_2}$$

$$\therefore \quad x_1 x_2 = 4(x_1 + x_2),$$

relaţie verificată.

De altfel dreapta $x = 8$ este polara originii faţă de cerc.

VIII. 110. Să se calculeze integrala:

$$I = \int \frac{(6x^2 + 1)\,dx}{\sqrt{1 - x^2}\,(2x^2 + 1)}.$$

[Enunţ rectificat] A. A. R.

Avem:

$$I = 3\frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} - 2\int \frac{dx}{(2x^2 + 1)\sqrt{1 + x^2}}$$

$$I = 3 \arcsin x - J$$

şi notând în integrala J:

$$x = \sin t \quad \therefore \quad dx = \cos t\,dt$$

$$J = \int \frac{dt}{1 + 2\sin^2 t} = \int \frac{1 + tg^2 t}{1 + 3\,tg^2 t}\,dt$$

iar cu notaţia:

$$tg t = v \quad \therefore \quad dt = \cos^2 t\,dv$$

avem:

$$J = \int \frac{dv}{1+3v^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg}(\sqrt{3}\,v) = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{1-x^2}}$$

căci

$$v = \operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}};$$

aşa că:

$$I = 3 \operatorname{arc\,sin} x - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{1-x^2}} + C.$$

Pentru verificare, derivând obţinem funcţiunea de sub semnul integrală.

Până la 1 Septemvrie s'au primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numerele 7, 8 şi 9 din anul II, dela [1]):

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa V-a: Bucescu Ioana (V: 184, 8, 90); Nicolau A. Elena (V: 159, 60, 84, 90); Popescu Irina (V: 159, 60, 84, 90); Stoica I. Maria (V: 184, 8, 90); Vasilescu A. Paula (V: 188). — *Clasa VI-a:* Lupu N. Maria (VI: 158, 61, 9); Nasta A. Gabriela (VI: 145, 53, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 61, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 73, 4, 6, 7, 8, 9, 85, VII: 147, 74, 5, T. c: 16): Romaşcan G. Georgeta (VI: 149, 55, 68, 72, 3, 4, 6*, 7, 8, 9, 80, 3, VII: 146, VIII: 90, 4, 9, 101, T. c: 4, 5); Stănescu N. Virginia (VI: 153, 61, 5, 6, 7, 70, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 83, 4, VIII: 81, 114).

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a; Constantinescu D. Paula (IV: 142, 58, 60, 71, 2, V: 171); Dăscălescu Lucia (IV: 132, 5, 40); Muşat I. Alex. (IV: 153, 8, 9, 60, 72, V: 171); Nissim Mioara (IV: 159, 60, 72, 9); Renert Tica (IV: 158, 9, 60, 71, 2, V: 171). — *Clasa VI-a:* Gabrielescu Aristiţia (VI: 173). — *Clasa VII-a:* Petrov E. Elena (VII: 157, 60, 1, 5, 6).

Liceul de fete „Regina Maria" Bucureşti.

Clasa V-a: Hionodache M. Maria (V: 159, 69). — *Clasa VI-a:* Iacoby D. Marcela (VI: 165, 8, 70, 3, 4).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Domniţa Ileana“ Bucureşti.

Clasa V-a: Crăciun A. Aurelia (V: 190, 4, 204).

Liceul de fete „Iulia Haşdeu“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Stavrescu D. Aurora (V: 159).

Institutul „Moteanu“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Bacalu I. Laura (VII: 135, 6, 9).

Institutul „Ortodox internat“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Plavițescu N. Clemența (IV: 144, 58, 9, 60, 71, 2, 6, VI: 165).

Externatul ortodox „Zoe Râmniceanu“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Rociu I. Margareta (VII: 145, 6, 7, 55, 6, 9, VIII: 90).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Buzescu P. G. Claudia (IV: 158, 62). — *Clasa V-a:* Stoicescu E. Elena (V: 172, 3, 4, 90, 1, 202).

Liceul de fete Bacău.

Clasa IV-a: Papadopol D. Elena (IV: 153, 5, 6, 60, 7, 76).

Liceul de fete „Dr. C. Angelescu“ Buzău.

Clasa V-a: Leonescu E. Magdalena (V: 162); Stoicescu Viorica (VI: 168).

Liceul de fete Caracal.

Clasa VI-a: Musceleanu Ileana. (VI: 153, 4, 5, 6, 7, 61, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, VII: 145, 6, 7).

Gimnaziul de fete „Roşiori de Vede“.

Clasa IV-a: Neguş Ana (VI: 168).

Şcoala Normală de fete „Andrei Şaguna“ Sibiu.

Clasa V-a: Ivan Maria (V: 189).

Liceul de fete „Carmen Sylva“ Timişoara.

Clasa IV-a: Checian Ana (IV: 135).

Liceul de fete „Principesa Elena“ Turnu-Severin.

Clasa V-a: Moşteoru Silvia (V: 173, 4, 7, 9).

Liceul „Matei Basarab" Bucureşti.

Clasa VI-a: Preciado I. T. (VI. 151, 68, 72, VII : 159, VIII : 75, 84); Şaichin A. (VI : 153, 6, 61, 73, 4, 6, 7, 85, VII : 146, 7, 65, 8, 71, 3, 4, 5, VIII : 76, 101, T. c : 11*); Silberman I. T. (VI : 147, 69, VIII : 80, 5. 6, 90).— *Clasa VII-a:* Dumitrescu C. T. (VII : 150, 5*, 6*, 7*, 60*, 1*, 6*, VIII : 90, T. c : 4, 5); Gregore S. A. (VII : 150, 5*, 6*, 7*, 60*, 1*, 6*, VIII : 90, T. c : 4).

Liceul „Cantemir Vodă" Bucureşti".

Clasa VI-a: Capriel G. A. (VI : 153, 4, 5. 6, 7, 8, 9, 61, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 70, 1, 2, 3, 4). — *Clasa VII-a:* Georgescu D. N. (VII : 150, 5, 6, 7, 60, 5, VIII : 90).

Liceul „Spiru Haret" Bucureşti.

Clasa V-a: Stănculescu Mircea. (V : 151, 71, 3, 5, 6, 7, 8, 80, 6, 93, 9, 202, 3, 4, 5, VII : 147, T. c : 4).— *Clasa VI-a:* Chiriceanu A. M. (VI : 168); Nachmias Virgil (VI : 161, 9); Stănculescu I. (VI : 153, 5, 7, 8, 9, 61, 8, 73. 5, 6, 7).

Liceul „Sf. Iosif" Bucureşti.

Clasa IV-a: Lenart I. A. (IV : 150, 1, 2, 3, 7, 8, 9, 71, 2, 6, 9).— *Clasa VI-a:* Popescu-Zorica N. A. (VI : 169, 73, 4, 6, 7, 85, VIII : 102).

Liceul „Gh. Lazăr" Bucureşti.

Clasa V-a: Angelescu Elizee (V : 151); Ionescu V. G. (V : 191). — *Clasa VI-a:* Popescu A. Mihail (VI ; 168, 9); Segal S. B. (VI : 149, 54, 6, 63, 6, 7, 9, 75, VIII : 75, 6, 81, 3, 6, T. c : 1).— *Clasa VII-a:* Begu I. St. (VII : 145, 6, VIII : 90).

Seminarul Pedagogic Universitar „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa V-a: Bodnărescu H. (V : 151, 60, 1, 9, 70, 1, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, 80, 1, 3, 4, 5, 6, 90, 3, 4, 5*, 6*, 9, 204, VI : 156, 69, VII : 147, VIII : 60, 1, 2, 3, 4, 5, 75, 6, 81, 3, 7, 9, T. c : 4*).

Liceul „Mihai Viteazul" Bucureşti.

Clasa IV-a: Can I. S. (IV : 172*).— *Clasa V-a:* Cârnaru O. (V : 171, 2*, 3, 84, 9). — *Clasa VI-a:* Voicu I. Aurel (VI : 168, 9). — *Clasa VII-a:* Beiu-Palade Ernest (VII : 145, 6, 7, 51, 4, 5*, 6*, 9, 68, VIII : 90).

Colegiul Naţional „Sf. Sava" Bucureşti.

Clasa V-a: Ciurescu I. R. (V : 171, 2*, 4, 5, 7, 84, 5, 7, 9, 90, 1, 3, 4, 5*, 6*, 202, 4, VI : 154, 6, 7, 61, 3, 5, 6, 7, 9, 73, 85, VIII : 99); Jicmann A. S. (V : 184, 9, 91, 204).

Liceul „Gh. Şincai" Bucureşti.

Clasa V-a: Cetăţeanu G. S. (V: 171, 2, 4, 7, 9, 90, 3, 204, VI: 163, 5, 6, 7, 8, 9).

Institutul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa IV-a: Anton S. Anton (IV: 160); Mihăilescu N. N. (IV: 160).— *Clasa VI-a:* Slomneanu I. I. (VI: 168).

Liceul C. F. R. „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa V-a: Horvath I. S. (V: 159, 60, 1, 92, 9, VI: 165): Stoicescu C. (V: 173, 4, 7, 84, 90, 2, 202, VII: 147, VIII: 83, 7).

Liceul „Ioan Creangă" Bălţi.

Clasa VIII-a: Groissman T. (VIII: 60, 1, 4, 5, 9, 70, 1, 5, 81, 2, 3, 4, 6, 7, 8).

Liceul „Codreanu" Bârlad.

Clasa V-a: Galea St. C. (V: 159, 60, 72, 5, 7, 89, 202).

Liceul „Samuel Vulcan" Beiuş.

Clasa V-a: Ardeleanu Alexiu (V: 151), Jidanu I. C. (V: 202, 4, VIII: 108, 13); Todoran G. G. (V: 189).— *Clasa VII:* Chirvai I. V. (VII: 148, 9, 53, 5*, 6*, 9, 60, 5, 6*, 71, 3, 4, 5, VIII: 76, 9, 81, 2, 3, 6, 7, 90, 9, 101).

Liceul „Ortodox de băieţi" Cernăuţi.

Clasa VII-a: Brăileanu T. M. (VII: 138, VIII: 62, 90); Breţeanu C. C. (VIII: 62); Cardoş A. Fr. (VII: 138, VIII: 62, 88); Cherner E. E. (VII: 138, VIII: 62): Clain A. D. (VII: 138, VIII: 62); Craioveanu I. (VIII: 62, 72); Flohr H. S. (VIII: 138, VIII: 62, 88); Goichmann S. (VIII: 88); Mendel T. (VII: 133, VIII: 62); Popovici C. (VIII: 62, 88); Rolant M. F. (VII: 136, 7*, 8*, VIII: 62, 88); Roman I. G. (VII: 136, 8, VIII: 62, 71), Rudic A. C. (VII: 136, 8*, VIII: 62, 88, 9); Săveanu L. (VIII: 62); Vieru M. (136, 8, VIII: 62); Voronca L. (VII: 136, 8, VIII: 62, 72).— *Clasa VIII-a:* Botezat B. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6. 8, 9, 70, 1, 2, 88, 9). Budziszewscki E. (VIII: 60, 1, 2, 3, 8, 70, 1); Demciuc O. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6, 8, 9, 70, 1, 2, 5, 88, 9, 100); Hleuca B. (VIII: 60, 1, 2, 6, 8, 9, 70, 1, 5, 88, 9, 100); Jemma S. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6, 8. 9, 70, 1, 2, 5, 88, 9); Kimmelmann I. (VIII: 60, 1, 2, 3. 6, 8, 9, 70, 1, 2, 5, 88, 9); Prodan M. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6, 8, 9, 70, 1, 2, 5, 88, 9); Radowski N. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6, 8, 70, 1, 2, 5, 88, 9); Tocganz A. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6, 8, 70, 1, 2, 5, 88, 9); Vacarciuc I. (VIII: 60, 1, 2, 3, 6, 8, 9, 70, 1, 2, 5, 88, 100).

Şcoala de conductori şi desenatori Arhitecţi Cernăuţi.

Anul II: Galeriu V. (V: 151, 84, 9, 90, VI: 159, 70*, VIII: 65).

Liceul „Fr. Buzeşti" Craiova.

Clasa VI-a: Miltiade C. D. (VI: 161, 9).

Colegiul Naţional „Carol I" Craiova.

Clasa V-a: Oprişan C. M. (V: 184, 90).

Liceul „N. Gane" Fălticeni.

Clasa V-a: Dimitrov V. C. (V: 179, 83, 9, VI: 155, 69, VII: 147, 90, VIII: 83). — *Clasa VI-a:* Teschievici T. G. (VI: 163, 5, 9).

Liceul „Comunităţii evreilor" Galaţi.

Clasa V-a: Weissenberg M. (V: 163, VIII: 60, 1, 2, 73, 81, 3).— *Clasa VI-a:* Goldberg I. I. (VI: 155, 9, 62, 9, VIII: 63, 75, 81, 2, 3, 92. 4, 9).

Liceul „Alexandru cel Bun" Iaşi.

Clasa VI-a: Löbel W. H. (VI: 153, 8, 9, 61, 9).

Liceul „Coriolan Brediceanu" Lugoj.

Clasa V-a: Popovici C. M. (V: 171, 2, 3, 83, 4, 9, 90, 204, VII: 145).— *Clasa VI-a:* Stamate I. I. (VI: 143, VIII: 84, 6, 7, 99, 108, T. c: 3). — *Clasa VII-a:* Bora I. L. (VII: 146).

Liceul „Tasse Dumitrescu" Mizil.

Clasa IV-a: Diaconu A. C. (IV: 150, 1, 2).

Liceul „Regele Ferdinand" Râmnicu-Sărat.

Clasa V-a: Oroveanu T. (V: 151).

Liceul „Gh. Lazăr" Sibiu.

Clasa VII-a: Bardan I. M. (VII: 133).

Liceul „Enăchiţă Văcărescu" Târgovişte.

Clasa IV-a: Agatstein D. E. (IV: 155, 6).

Liceul „Diaconovici Loga" Timişoara.

Clasa IV-a: Bănărescu P. (IV: 135, 6); Vasilescu-Stabu A. M. (IV: 131, 2, 5, 6, 7, 9, V: 151, 9, 60, 1, 2, 3, 4*, 9, 70, VI: 146, 7, 9, VII: 127).

Liceul Confensional israelit Timişoara.

Clasa VIII-a: Vermes E. P. (VIII: 75).

Liceul militar „Ştefan cel Mare“ Cernăuţi.

Clasa IV-a: Gheorghiu V. L. (IV: 110, 2); Ionescu D. St. (IV: 142, 53); Rohr I. A. (IV: 160).— *Clasa V-a:* Alexandrescu G. P. (V: 184, 8*, 9, 90, 1); Bălăuţă G. (V: 189, 90); Breţeanu C. (V: 184, 9, 91); Dobrescu L. G. (V: 190, 1); Dombrovschi I. (V: 189); Dumitrescu C. P. (V: 189, 91); Dumitrescu M. (V: 159, 60); Moţoc R. (V: 184, 9, 90, 1); Petrovici C. (V: 180, 9); Poalelungi V. (V: 189, 91); Popovici C. Al. (V: 189, 91); Şerbănescu N. Şt. (V: 189, 90, 1); Teodorescu V. (V: 189, 91): Vasiliu G. N. (V: 189, 90).— *Clasa VI-a:* Nedelcu V. M. (VI: 153, 4, 8, 9, 61, 69, VIII: 81, 3).— *Clasa VII-a:* Caraman D. V. (VII: 136, VIII: 80, 1, 2, 3, 4, 90, 2); Runcianu N. C. (VII: 135, 6, 7, 8, 9); Tanasciuc V. Cl. (VIII: 99). — *Clasa VIII-a:* Cristea G. M. (VIII: 81, 2, 3); Magală I. G. (VIII: 81, 3, 8); Radu E. A. (VIII: 81, 2, 3): Rottenburg Ar. (VIII: 81, 2, 3).

Liceul militar „Regele Ferdinand“ Chişinău.

Clasa V-a: Bălăuţă Al. (V: 190); Burghelea C. (V: 184, 90); Roman R. N. (V: 140*, 69); Zolotovici D. (V: 190).

Liceul militar „D. A. Sturza“ Craiova.

Clasa IV-a: Bădescu F. C. (IV: 150, 1, 2, 3, 5, 6); Bărbulescu M. (IV: 135, 51), Naum N. B. (IV: 155).— *Clasa V-a:* Cialâc V. S. (V: 169).— *Clasa VI-a:* Afronie I. (VI: 147, 8, 9, 69, VIII: 81, 3); Bădescu G. N. (VI: 147, 8, 9, 59, 68, 9, VIII; 75, 81, 2, 3); Boian D. M. (VI: 143, 4, 53, 5, 8, 9, 69, VIII: 75, 81); Cioc I. D. (VI: 169, VII; 136, 7); Graur Al. (VI: 132, 47); Hurezeanu C. (VI: 144); Ioan M. Gr. (VI: 163, 4, 6, 7, 8, 9, 72, 3, 4); Ionescu-Fulger C. (VI: 143, 4, 7, 8, 50, VIII: 81, 2, 3); Mănoiu V. (VI: 147, 8, 9, 69); Păşoiu N. M. (VI: 149, 53, 8, 9, 61, 8, 9); Ţoţoc N. D. (VI: 147, 53, 4, 5, 8, 9, 69, VIII: 81, 3).— *Clasa VIII-a:* Dinculescu N. (VIII: 62, 75, 81, 2, 3, 6, 7).

Liceul militar Iaşi.

Clasa IV-a: Pantelimon V. C. (IV: 143. 50, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 60, 3, 72, 9, V: 174, 99).

Licenl militar „N. Filipescu“ Târgovişte.

Clasa II-a: Crăciunescu M. (V: 183, 4, 8*, 9*, 90*, 1, 3, 9. 204, 5*, VI: 163*, 4*, 6*, 7*, 9, VIII: 91*, 9*, 113). — *Clasa IV-a:* Anastasiu M. (IV: 131, 5, 6, 40, V: 162); Heroiu Sp. (V: 151, VIII: 46).— *Clasa VI-a:* Belloni B. D. (VI: 168); Florescu A. V. (VIII: 112, 3, T. c: 1, 4); Negulescu D. St. (VI: 153, 5, 6, 7, 8, 9, 61, 63*, 5*, 6*, 7*, 8, 9, 71, 2, 3, 4, 5, 6, 7, VII: 146, VIII: 99, T. c: 1, 3, 5, 7).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Târgul Mureş.

Clasa IV-a: Costea N. D. (IV: 112, 35); Jareghie V. J. (IV: 140, 60); Mingea M. (IV: 131, 40, V: 162); Popescu A. I. (IV: 110, 1, 36).— *Clasa V-a:* Tătaru N. N. (V: 162, 78).— *Clasa VI-a:* Drăgulescu G. G. (VI: 169); Moscu N. N. (VI: 143); Mosora N. N. (VI: 147, 53): Tofan Tr. (VIII: 79, 82, 3, 7); Toma N. N. (VI: 146, 9*, 51, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, 9, 61, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 72, 3, 4, 6, 7, 85, T. c: 1, 3).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Ianuarie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 180.* Fie I intersecţiunea diagonalelor AC, AD ale unui trapez ABCD. Să se demonstreze că triunghiurile AID şi BIC sunt echivalente.

GH. B.

IV. 181. Să se verifice egalitatea:

$$\frac{\left(\frac{48}{72}+\frac{72}{108}+\frac{108}{162}\right)^{10}\times\left(\frac{72}{48}+\frac{108}{72}\right)^{11}}{\left(\frac{81}{108}+\frac{108}{144}+\frac{144}{192}+\frac{192}{256}\right)^{11}\times\left(\frac{64}{48}+\frac{48}{36}+\frac{36}{27}\right)^{5}}=1.$$

C. I. B.

IV. 182. Fie $X=-(+8)+(-7)^2-(-7)$, $Y=+(-2)^5$,

$$Z=+\left(-\frac{3}{2}\right)\times(+8)^2.$$

Să se arate că:

$$2X+Z=0\ ;\ 3Y-Z=0\ ;\ X.Z+Y.Z=X.Y.$$

N. M.

IV. 183. O porţiune de şosea este terminată de opt lucrători în şase zile; în cât timp o vor termina zece lucrători?

I. L.

IV. 184. Să se calculeze expresiunea:

$$\pi^2+\pi+\sqrt{\pi}+\frac{1}{\sqrt{\pi}}+\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi^2}-10-2\sqrt{3}-\sqrt{2}.\sqrt{\sqrt{2}-1}$$

cu aproximaţie $<0,001$ ($\pi=3,141592\ldots$).

C. I. Ţ.

IV. 185. Pe laturile $\overline{AB}=\frac{\sqrt{5}}{2}\,m$ şi $\overline{BC}=\sqrt{2}\,m$ ale unui dreptunghiu ABCD se iau punctele M şi P aşa că

$$3\,\overline{MB}=\overline{AB}\ \ ;\ \ 3\,\overline{CP}=\overline{BC}.$$

Să se arate că triunghiul DMP este isoscel.

H. P. I.

IV. 186. Să se simplifice expresiunea:

$$2\sqrt{14}-\sqrt{\frac{7}{2}}-5\sqrt{\frac{8}{7}}\,.$$

U. M. F.

IV. 187. Intr'un patrulater ABCD circumscris unui cerc, A', B', C', D' fiind punctele de tangență ale laturilor AB, BC, CD, DA, iar I punctul de intersecție al dreptelor A'C' și B'D'; să se demonstreze că:

$$\sphericalangle ABC+\sphericalangle CDA=2\cdot\sphericalangle A'ID'.$$

A. G.

IV. 188. Să se reprezinte pe o axă valoarea exactă a numerelor algebrice (când unitatea este reprezentată prin 2 cm) următoare:

a) $+2-3\sqrt{2}+\sqrt{5}$;

b) $(+1-\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$;

c) $(-3+2\sqrt{3}+\sqrt{6})^3$.

O. N. Ț.

IV. 189. Să se reprezinte pe o axă valoarea exactă a numerelor următoare:

$$1+\sqrt{2}+\sqrt{(\sqrt{2})};$$

$$1+\sqrt{2}-\sqrt{(\sqrt{2})}+\sqrt{(\sqrt{(\sqrt{2})})},$$

unitatea fiind reprezentată prin 2 cm.

O. N. Ț.

IV. 190. Să se verifice egalitățile:

$$(1+\sqrt{5})^3(2+\sqrt{5})=(3+\sqrt{5})^3$$

$$(1-\sqrt{5})^3(2-\sqrt{5})=(3-\sqrt{5})^3.$$

C. I. Ț.

BIBLIOTECA CENTRALĂ „ASOCIAȚIUNII" SIBIIU

Clasa V-a. *Exerc. 207.* Să se calculeze valoarea expresiunii:

$$E(x) \equiv 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5}$$

pentru $x = a + h$ şi să se ordoneze rezultatul după puterile lui h.

C. I. B.

V. 208. Ştiind că avem:

$$x_n = \underbrace{(+1)+(-1)+(+1)+(-1)+\ldots+\ldots}_{\text{de } n \text{ ori}},$$

să se calculeze suma:

$$S = x_1 + x_2 + \ldots + x_n .$$

I. L.

V. 209. Să se arate că avem:

$$\Sigma\,(x+y)(x+z)(y-z)^2(x^2-yz) = -4\,(x^2-yz)(y^2-zx)(z^2-xy).$$

(Σ însemnând suma tuturor termenilor de aceeaşi formă).

I. L.

V. 210. Numerele m, n, p fiind reale, să se arate că expresiunea:

$$E \equiv (m^2 + n^2 + p^2)^2 - 4m^2n^2$$

este pozitivă. In ce caz ea poate să fie egală cu zero?

Să se pună expresiunea E subt forma unei sume de două pătrate perfecte.

O. N. Ţ.

V. 211. Să se arate că:

$$\Sigma\,(y-z)^3(y+z-2x) = 0.$$

N. M.

V. 212. Să se calculeze valoarea polinomului

$$P(x) \equiv m(m-2)(x^2-m^2) + 4(m^2-n)(x-m+n)$$

pentru

$$x = \frac{2n-2m-m^2}{m-2}.$$

G. D. S.

V. 213. Dacă avem relaţiunea:

$$a(b'-c')+b(c'-a')+c(a'-b')+\beta\gamma(bc'-cb')=0,$$

avem deasemenea relaţiunea:

$$\frac{\beta\gamma b'c'(\beta b-\gamma c)+\beta bb'(c'-a')+\gamma cc'(a'-b')}{b'-c'} = \frac{\beta\gamma bc(\beta b'-\gamma c')+\beta bb'(c-a)+\gamma cc'(a-b)}{b-c}.$$

G. D. S.

V. 214. Să se verifice identitatea:

$$2(ab-1)(ab-2)=(1-a^2)(b-1)(b-2)$$
$$+3(a+b)(a-1)(b-1)+(1+b^2)(a-1)(a-2).$$

A. G.

V. 215. Să se descompună în produs de patru factori expresiunea:

$$a^6-3.$$

U. M. F.

V. 216. Expresiunea:

$$E\equiv 2(x-z)(y-t)$$

este o sumă algebrică de patru pătrate de expresiuni raţionale.

H. P. I.

V. 217. Dacă $a+b+c=0$, avem:

$$\Sigma(1-a)(b^2+c^2+bc)=\tfrac{3}{2}(a^2+b^2+c^2).$$

N. M.

V. 218. Să se rezolve sistemul de ecuaţiuni:

$$x+y+z=1\ ;\ ax+by+cz=0\ ;\ a^2x+b^2y+c^2z=0,$$

şi să se verifice sistemul de soluţiuni aflat.

U. M. F.

Clasa VI-a. *Exerc. 186.* Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=0.$$

U. M. F.

VI. 187. Ce condiţie trebue să îndeplinească coeficienţii ecuaţiunii:

$$x^2+px+q,$$

pentru ca una din rădăcini să fie pătratul celeilalte?

U. M. F.

VI. 188. Să se arate că ecuaţiunea:

$$a^4x^4-a(1+a^2)(1+a^4)x^3$$
$$+(1+a^4)(1+a^2+a^4)x^2-a(1+a^2)(1+a^4)x+a^4=0$$

are rădăcinile în progresiune geometrică.

G. D. S.

VI. 189. Să se rezolve sistemul:

$$\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}=a$$
$$y+\sqrt{y^2+xy+yz+zx}=b$$
$$z-\sqrt{z^2+xy+yz+zx}=c.$$

H. P. I.

VI. 190. Să se verifice egalitatea:

$$\sqrt{\left(1+\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}\right)\left(1+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}\right)}-\sqrt{\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}\right)\left(1-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}\right)}=1.$$

C. I. Ţ.

VI. 191. Să se construiască un triunghiu dreptunghiu cunoscând înălţimea şi diferenţa catetelor.

GH. B.

VI. 192. Să se rezolve sistemul:

$$x+y=(x-1)(y-1)\ ;\ x-y=\frac{x-1}{y-1}.$$

I. L.

VI. 193. In ce caz expresiunea :

$$E \equiv \frac{\dfrac{a}{a-b} + \dfrac{b}{a+b}}{\dfrac{a+b}{a-b}}$$

rămâne cuprinsă între *O* şi *1 ?*

I. L.

VI. 194. Dacă

$$\frac{1}{a+b} \, , \, \frac{1}{b+c} \, , \, \frac{1}{c+a}$$

sunt în progresiune aritmetică, avem :

$$c^2 + b^2 = 2a^2 .$$

C. I. B.

VI. 195. Dacă x_1 , y_1 , z_1 şi x_2 , y_2 , z_2 sunt două grupe de numere în progresiune aritmetică de raţie r_1 şi r_2 , condiţiunea pentru ca

$$\frac{x_1}{x_2} \, , \, \frac{y_1}{y_2} \, , \, \frac{z_1}{z_2}$$

să formeze o progresiune aritmetică este :

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{r_1}{r_2} .$$

Discuţiune.

C. I. B.

VI. 196. Să se simplifice expresiunea :

$$E \equiv \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{ax} + \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[6]{x^5} - \sqrt[6]{ax^4} + \sqrt[6]{a^2x^3} - \sqrt[6]{a^3x^2} + \sqrt[6]{a^4x} - \sqrt[6]{a^5}} .$$

O. N. Ţ.

VI. 197. Să se rezolve ecuaţiunea :

$$\sqrt{(x+3\sqrt{3})\,(x+2\sqrt{3})} - \sqrt{(x-3\sqrt{3})\,(x-2\sqrt{3})} = 2\sqrt{x} .$$

C. I. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 176.* Să se rezolve ecuaţiunea:

$$1 - \operatorname{tg} x + (1 \pm \sqrt{3}) \sin 2x = 0.$$

H. P. I.

VII. 177. Să se stabilească relaţia:

$$(l'_5)^2 = 16\,(a_{10}^2\, l_{10}^2 - a_{10}^4\, l_{10}^4),$$

unde a_{10} şi l_{10} sunt respectiv apotema şi latura decagonului regulat convex înscris în cercul de rază unitatea şi l'_5 este latura pentagonului regulat stelat înscris în acelaş cerc.

C. I. Ţ.

VII. 178. Să se verifice identitatea:

$$\frac{C_n^i}{C_{n-p}^{i-p}} = \frac{A_n^p}{A_i^p}.$$

C. I. B.

VII. 179. Să se verifice identitatea:

$$\frac{C_{n+1}^{i+1}}{C_n^i} + \frac{C_{n-1}^{i-1}}{C_{n-2}^{i-2}} = \frac{2\,(ni - 1)}{i^2 - 1}.$$

C. I. B.

VII. 180. Să se verifice egalitatea:

$$(3+4)! = 2\,(3! + 4!) + 34 \cdot 3! \cdot 4! + (3+4) \cdot 3 \cdot 4.$$

Semnul ! numit factorial exprimă produsul numărului, afectat cu acest semn, prin toate numerele întregi mai mici de cât el până la *1*.

A. A. R.

VII. 181. Să se calculeze suma:

$$C_m^1 + 2\,C_m^2 + 3\,C_m^3 + \ldots + m\,C_m^m.$$

G. D. S.

VII. 182. Să se stabilească relaţiunea:

$$C^2_{m_1+m_2+\ldots+m_n} = \sum_{k=1}^{n} C_m^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{m_i}^1\, C_{m_j}^1.$$

N. M.

VII. 183. Să se stabilească relaţiunea:

$$C_7^6 - C_7^5 C_7^1 + C_7^4 C_7^2 \equiv \tfrac{1}{2} C_7^3 . (C_7^3 - 1).$$

H. P. I.

VII. 184. Să se stabilească identitatea:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}+a\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}-a\right) + \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{8}-a\right) - \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{8}+a\right) \equiv 4 \operatorname{tg} 4a .$$

C. I. Ţ.

VII. 185. Să se demonstreze relaţiunea:

$$C_4^2 + 2C_5^1 + 2C_5^2 + 2C_4^1 C_5^1 + 2C_4^1 C_5^2 + C_4^2 C_5^1 + C_4^2 C_5^2 = C_9^2 + C_9^3 + C_9^4 .$$

O. N. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 116.* Ştiind că $y = x + \frac{1}{x}$, să se calculeze suma seriei:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{y'} + \frac{1}{y''} + \frac{1}{y'''} + \ldots + \frac{1}{y^{(n)}} + \ldots$$

H. P. I.

VIII. 117. Fiind date punctele $M_1 (x_1 , y_1)$ şi

$$M'_1 \left(x_1 - a \frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + c^2} , y_1 - b \frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + c^2} \right) ,$$

se cere condiţiunea ca triunghiul $M_1 O M'_1$ să fie isoscel $(\overline{M_1 O} = \overline{M'_1 O})$.

H. P. I.

VIII. 118. Se consideră în plan punctele A (1 , 2) , B (2 , 0). Unde trebue aşezat C pe Oy, pentru ca triunghiul ABC să fie dreptunghic? Să se afle lungimile laturilor, înălţimilor, suprafaţa triunghiului şi centrul cercului circumscris.

N. M.

VIII. 119. In patratul ABCD, fie E şi F mijloacele laturilor $\overline{CB}$ şi $\overline{CD}$. Să se afle centrul de greutate al figurii omogene rămase, dacă se scoate din patrat colţul CEF şi semicercul construit pe $\overline{EF}$ interior.

N. M.

VIII. 120. Fiind date punctele A, B, C, D colineare (pe aceeaşi dreaptă), să se determine pe dreapta lor, un punct M astfel încât să avem:

$$l\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}} + m\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} + n\frac{\overline{MC}}{\overline{MD}} = 0,$$

l, m, n fiind cantităţi cunoscute.

C. I. B.

VIII. 121. Să se arate că expresiunea:

$E \equiv 1 - a^{n+1}(1 + a^{m+1} - a^{n+m+1})$ se divide exact cu $(1 - a)^2$ şi să se afle câtul.

C. I. Ţ.

VIII. 122. Să se găsească patru numere consecutive, ştiind că suma cuburilor primelor trei numere este egală cu cubul celui de al patrulea număr.

C. I. Ţ.

VIII. 123. Există ecuaţiuni reciproce de gradul al patrulea care să aibă rădăcinile în progresiune aritmetică?

G. D. S.

Pentru toate clasele. *Exerc. 18.* Să se găsească toate numerele de trei cifre diferite, care să fie multiplu de 11.

Gh. B.

T. C. 19. Condiţiunea necesară şi suficientă pentru ca numerele de cinci cifre $abcde$, $aecdf$ să fie divizibile simultan prin *7* este ca $b - c$ să fie *0* sau *7*.

Gh. B.

T. C. 20. Din n numere pare consecutive unul este totdeauna divizibil cu $2n$.

I. L.

T. C. 21. Să se exprime 1935 printr'o formulă în care să se utilizeze numai cifra *3*, cel mult de *8* ori.

I. L.

T. C. 22. Există puncte din care trei sfere date, să se vadă subt un acelaşi unghiu dat?

A. G.

T. C. 23. Există puncte din care trei segmente date în spaţiu să se vadă subt unghiuri drepte?

In ce condiţiuni?

A. G.

T. C. 24. Un triunghiu echilateral ABC de latură l, are vârful A la distanţa d de axul Ox şi latura AB face cu verticala unghiul α. Să se afle volumul născut prin rotirea în jurul axei Ox care nu traversează triunghiul. Să se discute formula după valorile lui α.

N. M.

T. C. 25. Dacă x_1 şi x_2 sunt rădăcinile ecuaţiunii:

$$x^2 - ax + a^2 = 0,$$

să se calculeze expresiunile:

$$x_1^4 + x_2^4 \; ; \; x_1^8 + x_2^8 \; ; \; x_1^{2^n} + x_2^{2^n} \; ;$$

$$x_1^3 + x_2^3 \; ; \; x_1^9 + x_2^9 \; ; \; x_1^{3^n} + x_2^{3^n} \; .$$

H. P. I.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel :

Sus, se va scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare :

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțite de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Lt. Comandor Gr. Zapan, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică»

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei și se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviței 158, București 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus următoarele :

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII științifică, Ediția V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediția III revăzută și îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu** și **G. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută și adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste prețuri se vor adăuga taxele poștale pentru expediție,

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 2 — 1 NOEMVRIE 1936

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa V-a. *Exerc. 176. Se dă un romb* ABCD, *ale cărui diagonale sunt:*

$$\overline{AC} = 2d_1 \ , \ \overline{BD} = 2d_2 \ .$$

Picioarele perpendicularelor duse din B, D *pe* AD , BC *sunt* E, F, *iar picioarele perpendicularelor duse din* A, C *pe* BC, AD *sunt* G, H.

Să se arate că:

$$\text{aria BEDF} = \frac{4d_1 d_2^3}{d_1^2 + d_2^2}, \quad \text{aria AGCH} = \frac{4d_1^3 d_2}{d_1^2 + d_2^2} \ .$$

C. I. B.

$$\text{Aria AGCH} = \overline{AH} \times \overline{BE} \tag{1}$$

$$\text{aria ABCD} = \overline{AD} \times \overline{BE} = 2d_1 d_2 ,$$

deci

$$\overline{BE} = \frac{2d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}} \tag{2}$$

$\overline{AH}$ se calculează din triunghiul ACH

$$\overline{AH} = \frac{2d_1^2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}} \ . \tag{3}$$

Inlocuind (2) şi (3) în (1) se obţine relaţia cerută.

Analog pentru aria BEDF.

V. 182. Cu centrul în centrul unui pătrat se descrie un cerc care să intercepteze pe laturile pătratului segmente egale, cu jumătatea laturii lui. Prin această construcție se formează un octogon cu patru laturi rectilinii așternute pe laturile pătratului și cu patru laturi curbilinii. Se cere să se calculeze suprafața acestui octogon în cazul când latura pătratului este egală cu unu.

GH. B.

Fie ABCD pătratul dat, I mijlocul lui AB, A' și B' mijloacele lui AI și IB, O centrul pătratului, M și N intersecțiile lui OA și OB cu cercul de centru O și de rază OA'. Dreapta OI întâlnește cercul în afara laturii AB în punctul P.

Suprafața de calculat este de 4 ori suprafața curbilină OMA'B'NO iar această suprafață curbilină se obține scăzând din suprafața sfertului de cerc OMPNO, suprafața sectorului OA'PB'O și adăugând suprafața triunghiului OA'B'.

1°. *Suprafața* S_1 a triunghiului OA'B'. Dacă a este latura pătratului atunci prin construcție

$$\overline{OI} = \overline{A'B'} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore \quad S_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{8} \cdot \qquad (1)$$

2°. *Suprafața* S_2 a sectorului OA'PB'O. Calculăm mai întâi unghiul A'OB'. In triunghiul dreptunghic A'IO avem:

$$\overline{OA'}^2 = \overline{OI}^2 = \overline{IA'}^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} = \frac{5a^2}{16} \cdot$$

Suprafața S_1 este dată prin (1) și prin

$$S_1 = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OB'}}{2} \sin O = \frac{5a^2}{32} \sin O$$

și egalând cu (1) se scoate

$$\sin O = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

care cu ajutorul logaritmilor ne dă

$$\hat{O} = 53^0\, 7'\, 47''$$

aşa că utilizând formula

$$S_2 = \frac{\pi R^2 n}{360}$$

în care n este numărul gradelor arcului A'PB', găsim:

$$S_2 = \frac{5\pi a^2 \times (53^0\,7'\,48'')}{16 \times 360} = \frac{5\pi a^2 n}{16 \times 360}.$$

3°. *Suprafaţa* S_3 a sfertului de cerc OA'B'O este:

$$S_3 = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{5\pi a^2}{64}.$$

4°. *Suprafaţa* S contată, pentru $a = 1$, este

$$S = 4\left[\frac{5\pi}{64} - \frac{5\pi n}{16 \times 360} + \frac{1}{8}\right] = \frac{5\pi}{16} - \frac{5\pi n}{4 \times 360} + \frac{1}{2}$$

în care $n = 53^0\,7'\,48''$.

V. 205. Se dă triunghiul ABC *înscris în cercul* O. *Să se afle pe latura* $\overline{BC}$ *un punct* M, *astfel ca tangenta dusă din el la cerc să fie media proporţională a laturilor* $\overline{AB}$ *şi* $\overline{AC}$.

Să se verifice că în cazul triunghiului echilateral de latură a, $\overline{A'M} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, A' *fiind mijlocul laturii* $\overline{BC}$.

N. M.

Fie T punctul de contact şi a, b, c laturile triunghiului. $\overline{MT}^2 = \overline{MB} \cdot \overline{MC}$ — puterea lui M faţă de cerc; $\overline{A'M} = x$

$$bc = \left(x - \frac{a}{2}\right)\left(x + \frac{a}{2}\right) = x^2 - \frac{a^2}{4}$$

deci $x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4bc}$ — două puncte M şi M' simetrice faţă de A'. Dacă $a = b = c$, $x = \frac{1}{2} a\sqrt{5}$.

Clasa VI-a. *Exerc. 162. Dacă* $A + B + C = 180^0$, *avem relaţia:*

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma \cos\frac{A}{2} + \sin\frac{A}{4}\sin\frac{B}{4}\sin\frac{C}{4} + \cos\frac{A}{4}\cos\frac{B}{4}\cos\frac{C}{4}$$

$$+ \Sigma \cos\frac{A}{4}\sin\frac{B}{4}\sin\frac{C}{4} + \Sigma \sin\frac{A}{4}\cos\frac{B}{4}\cos\frac{C}{4} = 0.$$

C. I. Ţ.

Ţinem seama de formula $\Sigma \sin 2A_1 = 4\sin A_1 \sin B_1 \sin C_1$ şi facem transformarea

$$A_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{A}{4}, \quad B_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{B}{4}, \quad C_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{C}{4},$$

sau dacă în relaţia

$$\sin A_1 + \sin B_1 + \sin C_1 = 4 \cos \frac{A_1}{2} \cos \frac{B_1}{2} \cos \frac{C_1}{2}$$

facem transformarea

$$A_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}, \quad B_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2}, \quad C_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2},$$

obţinem relaţia din enunţ.

VI. 171. Să se arate că unghiurile diedre ale unui dodecaedru convex regulat, sunt date de formula:

$$\cos\alpha = \frac{a_5 (l_5 - l'_5)}{l_5 (2a_5^2 + a_5 - 1)},$$

unde a_5 *şi* l_5 *sunt respectiv apotema şi latura pentagonului regulat convex înscris în cercul de rază unitatea, şi* l'_5 *este latura pentagonului regulat stelat înscris în acelaşi cerc.*

C. I. Ţ.

Considerăm un dodecaedru convex regulat cu feţele înscrise în cercul de rază unitatea şi aşezat cu una din feţe pe un plan P. Desfacem una din feţele alăturate şi prin rotire în jurul laturii din planul P o aşezăm în acest plan.

Notăm cu x şi y distanţele dela axa de rotaţie respectiv la proiecţia pe planul P a diagonalei feţei rotite care este paralelă cu axa de rotaţie şi la această diagonală după ce s'a adus în planul P.

Avem:

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha = \frac{x}{y}.$$

Notăm cu a'_5 apotema pentagonului regulat convex a cărei latură este egală cu latura pentagonului stelat înscris în cercul de rază unitatea

$$\frac{a'_5}{l'_5} = \frac{a_5}{l_5}, \quad x = (l'_5 - l_5) \frac{a_5}{l_5}.$$

Fie z apotema pentagonului regulat înscris în cercul de rază unitatea. Avem:

$$z = \cos 2\varphi \ ; \ \cos\varphi = a_5 \ ; \ z = 2a_5^2 - 1,$$

$$y = a_5 + z = 2a_5^2 + a_5 - 1 \ , \ \cos\alpha = -\frac{x}{y} = \frac{a_5(l_5 - l'_5)}{l_5(2a_5^2 + a_5 - 1)} \ .$$

VI. 175. Să se arate că într'un triunghiu oarecare avem relația:

$$4\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C \leqq \sin A + \sin B + \sin C.$$

C. I. Ț.

Folosim formulele:

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \ abc = 4RS = 4Rpr \ , \ a + b + c = 2p,$$

și relația din enunț devine:

$$\frac{4abc}{8R^3} \leqq \frac{a+b+c}{2R} \quad \therefore \quad R - 2r \geqq 0,$$

relație care este adevărată fiindcă $d^2 = R(R - 2r)$, unde d este distanța dela centrul cercului circumscris la centrul cercului înscris unui triunghiu oarecare.

VI. 184. Fie două poligoane regulate de n *laturi* $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ *și* $B_1B_2B_3 \ldots B_n$ *egale, așezate în plane paralele și rotite unul față de altul cu unghiul* $\frac{\pi}{n}$. *Se cere volumul solidului*

$$A_1 B_1 A_2 B_2 \ldots A_n B_n A_1 .$$

A. G.

Prin vârfurile poligonului $A_1 A_2 \ldots A_n$ se duc paralele la laturile poligonului $B_1B_2 \ldots B_n$ se obține un poligon $C_1C_2 \ldots C_n$, circumscris primului și astfel că cercul circumscris acestuia e înscris lui, din cauza poziției rotite cu unghiul $\frac{\pi}{n}$, a celor două poligoane date. Încât volumul căutat al solidului $A_1B_1A_2B_2 \ldots A_n B_n A_1$ se obține din $V = \text{Vol. tr. pir. } (C_1 C_2 \ldots C_n A_1 A_2 \ldots A_n) - n \text{ Vol. pir. } (B_1 \ldots A_1 C_2 A_2)$.

Fie r raza cercului circumscris poligonului $A_1 A_2 \ldots A_n$, fie α_n, l_n, a_n unghiul la centru, latura și apotema acestui poligon.

Avem:

$$\alpha_n = \frac{2\pi}{n}, \quad l_n = 2r \sin\frac{\alpha_n}{2} = 2r \sin\frac{\pi}{n}, \quad a_n = r\cos\frac{\alpha_n}{2} = r\cos\frac{\pi}{n}.$$

Fie L_n, A_n latura şi apotema poligonului $C_1C_2\ldots C_n$

$$L_n = 2r \operatorname{tg}\frac{\alpha_n}{2} = 2r \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}, \quad A_n = r.$$

Fie B şi b suprafeţele poligoanelor $C_1C_2\ldots C_n$ şi $A_1A_2\ldots A_n$. Avem:

$$B = nr^2 \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}, \quad b = nr^2 \sin\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}.$$

O fiind centrul poligonului $A_1A_2\ldots A_n$, avem:

$$\text{Sup. } A_1C_1A_2 = \text{Sup. } OC_1C_2 - \text{Sup. } OA_1A_2 = r^2\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{n} - \sin\frac{\pi}{n}\cos\frac{\pi}{n}\right)$$

h fiind distanţa între cele două plane ale poligoanelor date, avem de calculat:

$$V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{B.b}) - n\frac{h}{3}\text{Sup. } A_1C_1A_2.$$

Se găseşte în definitiv:

$$V = \frac{nhr^2}{3}\left(\sin\frac{2\pi}{n} + \sin\frac{\pi}{n}\right).$$

(Se poate cerceta cazul când cele 2 poligoane nu sunt egale)

Clasa VII-a. *Exerc. 144. Să se cerceteze pentru $p > 2$ natura seriei al cărei termen general este*

$$u_n = \left(\frac{an-b}{an+b}\right)^{n^p}.$$ C. I. B.

Se aplică criteriul lui CAUCHY

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{an-b}{an+b}\right)^{n^{p-1}}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left[\left[1 + \left(\frac{an-b}{an+b} - 1\right)\right]^{\frac{1}{\frac{an-b}{an+b}-1}}\right]^{\left(\frac{an-b}{an+b}-1\right)n^{p-1}}$$

$$= e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-2bn^{p-1}}{an+b}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0.$$

Seria este convergentă.

VII. 148. S_{n-1} *fiind suma primilor* n *termeni, obţinuţi, din seria* e^x, *înlocuind termenii prin inverşii lor, să se arate că*

$$\left(\frac{e^x}{x} S_{n-1}\right)' = \frac{e^x}{x}\left(1 - \frac{n!}{x^n}\right).$$

N. M.

$$\left(\frac{e^x}{x} S_{n-1}\right)' = \frac{e^x}{x} S'_{n-1} + \frac{e^x}{x}\left(1 - \frac{1}{x}\right) S_{n-1}$$

$$S_{n-1} = 1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \ldots + \frac{(n-1)!}{x^{n-1}}.$$

Inlocuind şi reducând, se verifică

$$S'_{n-1} + \left(1 - \frac{1}{x}\right) S_{n-1} = 1 - \frac{n!}{x^n}.$$

VII. 164. Fie A *mijlocul segmentului de dreaptă* $\overline{BC}$. *Un mobil* M *descrie cu o mişcare uniformă cercul de diametru* AB. *Dreapta* AM *taie perpendiculara în* C *pe* AB *în punctul* N.

Să se studieze mişcarea punctului N. *Să se arate că viteza* v *a lui este dată de relaţia*

$$v + v_0\left(1 + \frac{x^2}{d^2}\right) = 0$$

v_0 *fiind viteza lui* M *pe cerc,* x *distanţa* $\overline{CN}$ *şi* $d = \overline{AB}$.

N. M.

Fie O mijlocul lui AB. Unghiul $BOM = \alpha = \omega t = \frac{2v_0}{a} t$

$$x = CN = -AC \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad x = -d \operatorname{tg} \frac{v_0}{d}.$$

$$v = -v_0\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{v_0}{d} t\right) = -v_0\left(1 + \frac{x^2}{d^2}\right)$$

x şi v sunt nule pentru $t = 0$ şi cresc cu t, în valoare absolută; $|v| > |v_0|$.

VII. 175. Să se verifice egalitatea:

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\operatorname{arctg}\frac{3}{8}+\operatorname{arctg}\frac{1}{7}+\operatorname{arctg}\frac{1}{46}=\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\operatorname{arctg}\frac{2}{5}.$$

C. I. Ț.

Notăm:

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{3}=a\,,\ \operatorname{arctg}\frac{1}{7}=b\,;\ \operatorname{tg}a=\frac{1}{3}\,,\ \operatorname{tg}b=\frac{1}{7}$$

$$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\operatorname{tg}a+\operatorname{tg}b}{1-\operatorname{tg}a\,\operatorname{tg}b}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{7}}=\frac{1}{2}\quad\therefore\quad a+b=\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$$

Analog avem:

$$\operatorname{arctg}\frac{3}{8}+\operatorname{arctg}\frac{1}{46}=\operatorname{arctg}\frac{2}{5}\,.$$

Clasa VIII-a. *Exerc. 74. Care este condiţiunea, ca ecuaţiunea*

$$x^3+ax^2+bx+c=0$$

să se poată pune sub forma unei ecuaţiuni binoame.

A. A. R.

Notând:

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+c=0$$

calculăm

$$f(x+h)=x^3+x^2(a+3h)+x(b+2ah+3h^2)+h^3+ah^2+bh+c$$

unde trebue să avem:

$$a+3h=0\ ;\ b+2ah+3h^2=0.$$

Eliminând pe h între aceste două egalităţi obţinem:

$$a^2=3b\ ;\ a=\sqrt{3b}$$

care este condiţiunea cerută prin enunţ.

Astfel dacă $a^2=3b$, se poate determina un număr $h=-\frac{a}{3}$ pentruca ecuaţia dată să se poată scrie sub formă binomă.

VIII. 85. Să se discute ecuațiunea:

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + \alpha = 0$$

când α *variază dela* $-\infty$ *la* $+\infty$.

A. A. R.

Rădăcinile derivatei sunt 1 și 2.
Formăm șirul lui ROLLE:

α	$f(-\infty)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(+\infty)$
	$-\infty$	$\alpha+5$	$\alpha+4$	$+\infty$
$-\infty$	$-$	$-$	$-$	$+$
-5	$-$	0	$-$	$+$
-4	$-$	$+$	0	$+$
$+\infty$	$-$	$+$	$+$	$+$

De unde următoarea discuție:

$\alpha < -5$, 1 rădăcină reală (pozitivă mai mare ca 2)
$\alpha = -5$, 1 rădăcină dublă egală cu 1
$-5 < \alpha < -4$, 3 rădăcini reale
$\alpha = -4$, 3 rădăcini reale (una dublă egală cu 2)
$\alpha > -4$, o singură rădăcină reală (mai mică decât 1).

VIII. 89. Să se calculeze integrala:

$$I = \int \frac{(x-1)\,dx}{(2n+3)(3n+2)}.$$

A. A. R.

Integrala dată se poate scrie succesiv:

$$I = \int \left[\frac{1}{2x+3} - \frac{1}{3x+2}\right] dx = \int \frac{dx}{2x+3} - \int \frac{dx}{3x+2}$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{d(2x+3)}{2x+3} - \frac{1}{3}\int \frac{d(3x+2)}{3x+2} = \frac{1}{2}\mathrm{L}(2x+3) - \frac{1}{3}\mathrm{L}(3x+2) + c$$

$$\therefore \quad I = \mathrm{L}\frac{\sqrt{2x+3}}{\sqrt[3]{3x+2}} + c.$$

VIII. 98. Să se rezolve ecuația:

$$f(x) = x^6 - 4x^5 + x^4 + 8x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$$

știind că are rădăcini multiple.

(Enunț rectificat). A. A. R.

Notând cu D cel mai mare comun divizor dintre $f(x)$ și derivata sa $f'(x)$ avem:

$$D = x^3 - x^2 - x + 1.$$

Deasemanea, fie D_1 cel mai mare comun divizor între D și derivata sa D' găsim:

$$D_1 = x - 1.$$

Apoi:

$$\frac{f(x)}{D} = Q = x^3 - 3x^2 - x + 3 \; ; \; \frac{D}{D_1} = Q_1 = (x+1)(x-1)$$

$$\frac{Q}{Q_1} = X_1 = x - 3 \; ; \; \frac{Q_1}{D_1} = X_2 = x + 1 \; ; \; D_1 = X_3 = x - 1.$$

Deci:

$$f(x) = X_1 X_2^2 X_3^3 = (x-3)(x+1)^2 (x-1)^3.$$

De unde, rădăcinile sunt:

$$x_1 = 3 \; ; \; x_{2,3} = -1 \; ; \; x_{4,5,6} = 1.$$

VIII. 102. Din considerarea produsului:

$$(\cos 3x + i \cos x)(\sin 3x + i \sin x),$$

să se stabilească identitatea:

$$(\cos^2 3x + \cos^2 x)(\sin^2 3x + \sin^2 x) = \sin^2 2x \,.\, (4\cos^2 2x + \cos^2 4x).$$

N. M.

$$(\cos 3x + i \cos x)(\sin 3x + i \sin x)$$

$$= \tfrac{1}{2}[\sin 6x - \sin 2x] + i \sin 4x = \sin 2x\,[\cos 4x + 2i \cos 2x].$$

Se egalează modulul produsului cu produsul modulelor.

VIII. 107. Să se calculeze diferenţiala funcţiunii:

$$y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}.$$

A. A. R.

Se ştie că $dy = y' dx$

apoi

$$[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \; ; \quad [\sqrt{1 - x^2}]' = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

aşa dar

$$dy = \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}} dx.$$

VIII. 109. Să se arate că.

$$\int \frac{dx}{2x^2 - 5x + 3} = \log \frac{2x - 3}{x - 1} + c.$$

A. A. R.

Putem scrie succesiv:

$$\int \frac{dx}{2x^2 - 5x + 3} = \int \left[\frac{2}{2x - 3} - \frac{1}{x - 1} \right] dx$$

$$= \int \frac{d(2x - 3)}{2x - 3} - \int \frac{d(x - 1)}{x - 1} = \log (2x - 3) - \log (x - 1) + c$$

$$= \log \frac{2x - 3}{x - 1} + c.$$

Până la 10 Octomvrie s'au primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numărul 1, dela [1]):

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa VII-a: Romaşcan G. Georgetta (VII: 177, 8, 9, 83, 4, 5).

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Petrov E. Elena (VIII: 122).

Şcoala Normală de fete „Andrei Şaguna" Sibiu.

Clasa V-a: Ivan Maria (V: 179, 85).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Colegiul Național „Sf. Sava“ București.

Clasa IV-a: Ciurescu I. F. (IV: 190). — *Clasa VII-a:* Ciurescu I. R. (VII: 177, 83, 4, VIII: 122).

Liceul „Mihai Viteazul“ București.

Clasa V-a: Can I. S. (VI: 196). — *Clasa VI-a:* Constantinescu V. C. (VI: 194, 6). — *Clasa VII-a:* Beiu-Palade E. (VII: 174).

Liceul „Sf. Iosif“ București.

Clasa VII-a: Popescu-Zorica N. A. (VII: 177).

Liceul „Gh. Lazăr“ București.

Clasa V-a: Cățoiu Șt. Șt. (V: 180*).

Liceul „Gh. Șincai“ București.

Clasa V-a: Cetățeanu G. S. (V: 186).

Liceul C. F. R. „Aurel Vlaicu“ București.

Clasa V-a: Horvarth I. S. (V: 204).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa VII-a: Karmansky Șt. (VII: 183).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuș.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VIII: 122, T. C.: 4, 11).

Liceul „Nicolae Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Gheorghe A. I. (V: 211). — *Clasa VI-a:* Bucurenciu A. (VI: 190, 4), Panaghi N. T. (VI: 190), Protopopescu D. (VI: 190, 4).

Liceul Ortodox de băieți Cernăuți.

Clasa VII-a: Brăileanu T. M. (VII: 147), Roman I. G. (VIII: 72).

Liceul „Nicolae Gane“ Fălticeni.

Clasa VI-a; Dimitrov V. C. (VI: 196). — *Clasa VII-a:* Teșkievici Gh. (VII: 183).

Liceul Comunității evreilor Galați.

Clasa V-a: Vaisman I. M. (V: 217, VI: 190, VIII: 122).

Liceul „Coriolan Brediceanu“ Lugoj.

Clasa VI-a: Neumann F. F. (T. C.: 18).

Liceul „Tasse Dumitrescu“ Mizil.

Clasa VI-a: Diaconescu A. C. (V: 185).

Liceul „Gh. Lazăr“ Sibiu.

Clasa VII-a : Bardan I. N. (VII : 147).

Liceul Piarist Timişoara.

Clasa VII-a : Wittenberger L. R. (VII : 183).

Liceul militar „Ştefan cel Mare“ Cernăuţi.

Clasa IV-a : Onişor V. (V : 179). — *Clasa V-a :* Alexandrescu G. P. (V : 179), Preţeanu C. (V : 179), Dobrovski P. I. (V : 179), Popovici C. Al. (V : 179), Şerbănescu N. Şt. (V : 179), Teodorescu V. V. (V : 179). — *Clasa VII-a :* Tanasiciuc V. C. (VII : 147).

Liceul militar „N. Filipescu“ Mânăstirea Dealu.

Clasa V-a : Theodorescu V. D. (V : 211, 7). — *Clasa VII-a :* Belloiu B. D. (VII : 178, 9, 83, 5, T. C. : 18), Ghimbăşanu N. (VII : 178, 9, 83, 5), Negulescu D. Şt. (VII : 177, 9, 83, 4*, T. C. : 18), Petrescu B. (VII : 177).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Târgu-Mureş.

Clasa V-a : Tătaru N. N. (V : 179, 81). — *Clasa VII-a :* Capotă G. G. (VII : 185), Dalban Gh. (VII : 179, 83, VIII : 122), Drăgulescu G. G. (VII : 179, 83, 5), Hortopan G. Gr. (VII : 179, 83, 5, VIII : 122), Hurezeanu C. (VII : 179, 83, 5), Matei D. V. (VII : 183, VIII : 122).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Februarie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 191.* Fie A', B' simetricile vârfurilor A, B ale unui triunghiu ABC faţă de laturele BC şi AC. Să se demonstreze că dacă A'B' trece prin C, atunci unghiul C este de 60^0 şi reciproc.

Gh. B.

IV. 192. Să se calculeze valoarea numerică a expresiunii :

$$E \equiv \frac{a^b b^c + b^c c^a + c^a a^b}{a^b b^a + b^c c^b + c^a a^c}$$

pentru $a = +1$, $b = +2$, $c = +3$.

C. I. B.

IV. 193. Se dau polinoamele:

$P_1 \equiv x + a$; $P_2 \equiv x^2 + ax + b$; $P_3 \equiv x^3 + ax^2 + bx + c$.

Să se verifice egalitatea:

$$P_1^3 - a P_1^2 + b P_1 + c = P_3 + a P_2 .$$

C. I. B.

IV. 194. Să se arate că avem egalitatea:

$$\frac{6 + \sqrt{182}}{\sqrt{13} - \sqrt{14} + \sqrt{15}} - \frac{8 + \sqrt{255}}{\sqrt{15} - \sqrt{16} + \sqrt{17}} = \sqrt{13} + \sqrt{14} - \sqrt{16} - \sqrt{17} .$$

H. P. I.

IV. 195. Să se construiască exact media geometrică a segmentelor:

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} \; ; \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}},$$

unitatea de măsură fiind un decimetru.

H. P. I.

IV. 196. Să se calculeze cu o aproximaţie mai mică ca 0,0001 media proporţională a numerelor

1935 şi 1936.

I. L.

IV. 197. Ştiind că $2p = a + b + c$, să se verifice egalitatea:

$$\frac{abc}{(p-a)(p-b)(p-c)} - \frac{a(p-a)}{(p-b)(p-c)} - \frac{b(p-b)}{(p-c)(p-a)} - \frac{c(p-c)}{(p-a)(p-b)} = 2.$$

A. G.

IV. 198. Să se calculeze valoarea expresiunii:

$$E \equiv \frac{7a^2 + 4a + 1 - \sqrt{a^2 + 4a + 7}}{4(a+1)}$$

pentru $a = \frac{7}{3}$.

G. D. S.

IV. 199. Să se calculeze expresiunea:

$$E \equiv \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{a+2b}{a-2b} \cdot \frac{a+3b}{a-3b}$$

pentru $a = n \,.\, b$. Aplicație pentru $n = 4$.

I. L.

IV. 200. Să se calculeze pe calea cea mai scurtă, produsul:

$$P \equiv (+4x^2 - 4x - 1)(+4x^2 + 4x - 1)$$
$$(+16x^4 + 24x^2 + 1)(256x^8 + 544x^4 + 1),$$

știind că rezultatul este un trinom.

O. N. Ț.

IV. 201. Ce devin expresiunile:

$$E_1 = \frac{1-x}{m}a + bx,\ E_2 = \frac{1+x}{n}a - bx,\ E_3 = \frac{cE_1 + dE_2}{c+d}$$

când înlocuim pe x prin $\frac{1}{y}$.

Cazuri particulare: 1) $m = n$; 2) $c = d$; 3) $m = n$, $c = d$.

C. I. Ț.

Clasa V-a. *Exerc. 219.* Să se calculeze:

$$E \equiv \frac{\left[\frac{a-b}{a-1} + \frac{b-1}{a+b} - 1\right]\left[\frac{b-c}{b-1} + \frac{c-1}{b+c} - 1\right]\left[\frac{c-a}{c-1} + \frac{a-1}{c+a} - 1\right]}{\left[\frac{a-b}{a+1} + \frac{b+1}{a+b} - 1\right]\left[\frac{b-c}{b+1} + \frac{c+1}{b+c} - 1\right]\left[\frac{c-a}{c+1} + \frac{a+1}{a+c} - 1\right]}$$

C. I. B.

V. 220. Să se verifice identitatea:

$$\frac{3(xy+yz+zx) - (x+y+z)^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \equiv \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x}.$$

H. P. .

V. 221. Să se arate că polinoamele

$$P_1(x) \equiv x^{12} + x^9 + x^6 + x^3 + 1$$

$$P_2(x) \equiv x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

se divid. I. L.

V. 222. Știind că $a + b + c = 0$, să se simplifice expresiunea:

$$E \equiv \frac{(a^3 + b^3 + c^3)\ (a^2 - bc)}{a^4 + b^4 + c^4 + (a^2 - bc)^2}.$$

I. L.

V. 223. Știind că un polinom împărțit cu $x - 2$ și $x + 3$ dă respectiv resturile $+5$ și $+120$, să se afle restul împărțirii acestui polinom prin produsul $(x - 2)(x + 3)$.

G. D. S.

V. 224. Să se determine m și n astfel ca $x^4 + mx^2 + n$ să se dividă cu $x^2 + mx + n$ și să se găsească câtul.

A. G.

V. 225. Fie BAC un triunghiu isoscel și dreptunghiu în A.

Se notează cu D mijlocul lui AC și cu D′ simetricul lui A față de C. Să se demonstreze că:

$$\sphericalangle DBA = \sphericalangle BD'A \text{ și } \sphericalangle D'BC = \sphericalangle BD'C.$$

GH. B.

V. 226. Se dă triunghiul isoscel ABC cu vârful în A. O perpendiculară pe BC taie pe AB în C′ și pe AC în B′.

Paralelele din B′ și C′ la AB și AC se taie în D.

Să se demonstreze că AD este paralelă cu BC.

GH. B.

V. 227. Pe axa Ox se ia punctele A și B și se construește C astfel ca $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OC}$. Se rotește Ox până în Ox' și A, B, C devin A′, B′, C′. Paralelele din A′ la AC′ și din B′ la BC′ taie pe Ox în A_1 și B_1.

Să se arate că:

$$\overline{A_1B_1} = \overline{AB}.$$

N. M.

V. 228. Să se construiască numai cu rigla şi compasul un triunghiu dreptunghiu cunoscând ipotenusa şi suma catetelor (sau diferenţa catetelor).

A. G.

V. 229. Să se rezolve sistemul de ecuaţiuni :

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{x}{a+b} - \dfrac{y}{a-b} = a \\ \\ \dfrac{x}{a-b} + \dfrac{y}{a+b} = b \end{array}\right.$$

şi să se verifice sistemul de soluţiuni aflat.

O. N. Ţ.

V. 230. Să se rezolve sistemul :

$$\left|\begin{array}{l} ax + y = by + z = cz + x \\ (a^2 + c)\,x + (b^2 + a)\,y + (c^2 + b)\,z = a + b + c. \end{array}\right.$$

U. M. F.

Clasa VI-a. *Exerc. 198.* Să se verifice că expresiunea :

$$x^3 + 3x + 2\sqrt{3}$$

se anulează pentru valoarea :

$$x = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)^{-\frac{1}{3}}.$$

U. M. F.

VI. 199. Să se verifice că ecuaţiunea :

$$14x^3 + 5x^2 - 8x + 1 = 0$$

admite ca rădăcină fracţiunea periodică 0,142857...

Să se găsească celelalte două rădăcini.

U. M. F.

VI. 200. Ştiind că :

$$\alpha = xy + yz + zx,$$

să se scrie sub cea mai simplă formă expresiunea :

$$\frac{x + y + z + \sqrt{x^2 + \alpha} + \sqrt{y^2 + \alpha} + \sqrt{z^2 + \alpha}}{\sqrt{x + y} + \sqrt{y + z} + \sqrt{z + x}}.$$

H. P. I.

VI. 201. Să se arate că expresiunea:

$$\frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}+\sqrt{5-\sqrt{5}}}{\sqrt{5+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}}-\frac{\sqrt{5+\sqrt{5}}-\sqrt{5-\sqrt{5}}}{\sqrt{5+\sqrt{5}}+\sqrt{5-\sqrt{5}}}$$

este rațională.

N. M.

VI. 202. Să se găsească o progresiune aritmetică de nouă termeni având rația *2*, astfel ca suma ei să fie egală cu puterea a treia a numărului de termeni. Generalizare.

G. D. S.

VI. 203. Să se pună subt forma cea mai simplă și apoi să se calculeze valoarea expresiunii:

$$E \equiv \sqrt[5]{\sin\frac{\pi}{5}\sqrt[4]{\sin\frac{2\pi}{5}\sqrt[3]{\sin\frac{3\pi}{5}\sqrt{\sin\frac{4\pi}{5}}}}}.$$

G. D. S.

VI. 204. Să se facă raționale ecuațiunile:

$$x^{\frac{2}{3}}+(ay)^{\frac{2}{3}}=b^{\frac{4}{3}}$$

$$(xy)^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}\right)=c^2.$$

I. L.

VI. 205. Să se calculeze *log 7* în sistemul cu baza *5*.

Care este baza unui sistem de logaritmi, în care *7* este logaritmul lui *5*?

I. L.

VI. 206. Dacă

$$\frac{1}{a+b}\ ,\ \frac{1}{b+c}\ ,\ \frac{1}{c+a}$$

sunt în progresiune geometrică, avem relațiunea

$$a(a+b+c)=b^2+c^2+bc.$$

C. I. B.

VI. 207. Dacă a este real şi întreg, să se arate că expresiunea:

$$E \equiv a^b \cdot a^{2b} \cdot a^{3b} \ldots a^{4nb}$$

are o valoare întreagă şi pozitivă când $b = \frac{4n-1}{n}$.

C. I. B.

VI. 208. Pentru ce valori ale lui a rădăcina ecuaţiunii:

$$\log x = a + \log(x - a)$$

este egală cu dublul lui a.

GH. B.

VI. 209. Pe o tablă sunt scrise următoarele p şiruri de numere nelimitate:

$$\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \ldots, \frac{1}{a^n}, \ldots$$

$$\frac{1}{(a-1)^2}, \frac{1}{(a-1)^3}, \frac{1}{(a-1)^4}, \ldots, \frac{1}{(a-1)^n}, \ldots$$

$$\frac{1}{(a-2)^2}, \frac{1}{(a-2)^3}, \ldots\ldots, \frac{1}{(a-2)^n}, \ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{(a-p+1)^2}, \frac{1}{(a-p+1)^3}, \ldots\ldots, \frac{1}{(a-p+1)^n}, \ldots$$

Care este suma tuturor numerelor scrise pe acea tablă?

O. N. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 186.* Să se stabilească egalitatea:

$$\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \operatorname{tg} x \\ \sin 2x & \cos 2x & \operatorname{tg} 2x \\ \sin 3x & \cos 3x & \operatorname{tg} 3x \end{vmatrix} = \sin 2x \operatorname{tg} 2x - \frac{\sin x \sin 4x}{\cos x \cos 3x}$$

şi să se verifice pentru $x = \frac{k\pi}{12}$, $(k = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$.

C. I. Ţ.

VII. 187. Să se demonstreze că, pentru $0 \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{4}$, avem:

$$\cos^8 x - \sin^8 x \leqslant 1.$$

H. P. I.

VII. 188. Fie un cerc de centru O şi rază r şi tangenta într'un punct fix T. Fie A un punct pe această tangentă, tangenta la cerc în punctul T_1 unde îl taie segmentul OA, taie perpendiculara în A pe TA în punctul A_1.

Se repetă apoi construcţia pe T_1A_1 şi aşa mai departe.

Să se determine p_n şi q_n astfel ca rapoartele:

$$\frac{\overline{A_n A_{n+1}}}{\overline{AT}^{p_n}}, \quad \frac{\overline{A_n T_n}}{\overline{AT}^{q_n}}$$

să aibă limite finite când A tinde către T şi să se găsească acele limite.

A. G.

VII. 189. Să se găsească limita expresiunii:

$$E \equiv \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

când x tinde către a.

A. A. R.

VII. 190. Să se calculeze limita expresiunii:

$$E \equiv \frac{nx^n - (n+1)x^{n-1} - x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

când x tinde către 1.

G. D. S.

VII. 191. Să se găsească limita expresiunii:

$$E \equiv \frac{\sin x - \cos x}{\sin 2x - \sqrt{2} \cdot \cos x}$$

când x tinde către $\frac{\pi}{4}$.

I. L.

VII. 192. Să se calculeze valoarea expresiunii:

$$E \equiv \frac{\dfrac{a}{a-b}+\dfrac{b}{a+b}}{\dfrac{a+b}{a-b}+\dfrac{a-b}{a+b}}$$

când a tinde către b.

I. L.

VII. 193. Să se găsească limita expresiunii:

$$E \equiv \frac{1-\cos^2 x}{x+\sin x \cos x}$$

când x tinde către *zero*.

A. A. R.

VII. 194. Să se găsească limita expresiunii:

$$E \equiv \frac{(x^2-a^2)^5-5a^2(x^2-a^2)^4+10a^4(x^2-a^2)^3-10a^6(x^2-a^2)^2+5a^8x^2-6a^{10}}{(x^2+a^2)^4-12a^2(x^2+a^2)^3+54a^4(x^2+a^2)^2-108a^6x^2-27a^8}$$

când x tinde către $= a\sqrt{2}$.

O. N. Ț.

VII. 195. Să se găsească limita funcțiunii:

$$y = \frac{\sqrt[3]{x^2+x+1}-\sqrt[3]{3x}}{\sqrt[3]{x-1}},$$

când x tinde către $+1$.

O. N. Ț.

Clasa VIII-a. *Exerc. 124.* Să se calculeze:

$$I = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-bx-cx^2}}.$$

C. I. B.

VIII. 125. In ce caz triunghiul cu vârfurile:

$A(x, x+a)$; $B(x+a, x+b)$; $C(x+b, x)$

este isoscel.

H. P. I.

VIII. 126. Știind că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuațiunii

$$x^3 - \alpha x^2 + \alpha^2 x - a^3 = 0,$$

să se calculeze expresiunea:

$$E_2 \equiv x_1^2 + x_2^2 + x_3^2.$$

Asemenea să se calculeze expresiunea:

$$E_m \equiv x_1^m + x_2^m + x_3^m,$$

m fiind un număr întreg.

H. P. I.

VIII. 127. Să se calculeze aria cuprinsă între curba

$$y = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} \text{ și dreapta } y = \frac{5}{2}.$$

G. D. S.

VIII. 128. Care este forma generală a ecuațiunii reciproce de gradul IV având rădăcinile în progresiune geometrică.

G. D. S.

VIII. 129. Să se rezolve ecuațiunea:

$$(17 + 12\sqrt{2})\, x^3 - 54\,(3 + 2\sqrt{2})\, x^2 + 729 = 0,$$

știind că admite o rădăcină întreagă.

C. I. Ț.

VIII. 130. h fiind o constantă pozitivă, să se calculeze integrala:

$$\int_h^{h+1} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x-h}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x-h}}\, dx.$$

O. N. Ț.

VIII. 131. h fiind o constantă pozitivă, să se calculeze integrala:

$$\int_h^{h+1} \left(\frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x-h}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x-h}}\right)^2 dx.$$

O. N. Ț.

Pentru toate clasele. *Exerc. 26.* Să se găsească un multiplu de *28* de forma *2a8aaa,* unde *a* este cifră.

GH. B.

T. C. 27. Cunoscând produsul

$$45 \times 638 = 28.710,$$

să se calculeze produsul 45×698 pe o cale mai simplă decât aceea a înmulțirii lui *45* prin *698.*

GH. B.

T. C. 28. De pe un aerodrom pleacă trei avioane deodată, pentru o aceeași cursă, pe care primul o face în *8 ore,* al doilea în *10 ore* și al treilea în *11 ore.*

După câtă vreme avioanele vor pleca iarăși deodată și câte curse va face fiecare.

I. L.

T. C. 29. O coală de hârtie de formă dreptunghiulară, lungă de *160 cm* și lată de *120 cm,* trebue împărțită în patrate egale, prin paralele duse la laturi.

Care este cel mai mic număr de patrate în care se poate împărți ?

I. L.

T. C. 30. Să se construiască un triunghiu cunoscându-se o latură și centrul de greutate.

A. A. R.

T. C. 31. Să se stabilească identitatea:

$$8\cos^3 x + 4\sqrt{2+\sqrt{2a}}\cos^2 x - 2(2-\sqrt{2a})\cos x - \sqrt{(2-\sqrt{2a})(4-2a)} \equiv \frac{2(2\cos^2 2x - a)}{2\cos x - \sqrt{2+\sqrt{2a}}}.$$

H. P. I.

T. C. 32. Să se afle limita expresiunii:

$$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2+\sqrt{4+\sqrt{6}-\sqrt{2}}}}}},$$

numărul radicalilor crescând la infinit.

H. P. I.

T. C. 33. Să se stabilească inegalitatea:

$$x^e \leqslant e^x .$$

A. G.

ERATĂ. La IV. 184 în loc de $\sqrt{\sqrt{2}-1}$ se va pune $\sqrt{\sqrt{3}-1}$ ·
La VIII. 118, se va completa: pentruca triunghiul ABC să fie dreptunghic *în B.*
La T. C. 24, rândul 2, se va înlocui: *verticala,* prin *axul Ox.*

Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului şi se redactează după „Instrucţiunile" publicate în Nr. 1 pag. 24.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică»

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII ştiinţifică, Ediţia V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediţia III revăzută şi îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu** şi **G. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută şi adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste preţuri se vor adăuga taxele poştale pentru expediţie.

Nr. 3 –

BIBLIOTECA CENTRALA
„ASOCIATIUNII"
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 3 — 1 DECEMVRIE 1936

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

PROGRAMA ANALITICĂ

HOTĂRÎTĂ PENTRU CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE" DIN ANUL 1937

Clasa IV-a. Toată materia prevăzută de programa analitică.

Clasa V-a. Grupa I. **Algebra.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. La împărţirea cu $(x + a)$ se va face rezolvarea ecuaţiilor cu rădăcini întregi şi fracţionare.
2. La radicale se va face raţionalizarea numitorilor cari conţin radicale patrate şi de indici superiori.
3. La sistemele de ecuaţii de gradul I se vor cere metode particulare de rezolvare şi sisteme reductibile la gradul I.
4. La discuţia semnului trinomului se va face generalizare în legătură cu punctul 1.
5. Transformarea expresiunilor de forma: $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$.
6. Progresiuni aritmetice şi geometrice.

Grupa II-a. **Geometria plană.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Fascicole de drepte paralele şi de drepte concurente (teoreme directe şi reciproce).
2. Omotetia (La cercuri: centre de asemănare directe şi inverse).
3. Teorema lui MENELAUS şi CEVA şi reciprocele lor.
4. Teoremele lui PTOLOMEU pentru patrulaterele inscriptibile. Teorema lui MIQUEL. Patrulater circumscris unui cerc. Cercuri ortogonale. Cercul celor nouă puncte.
5. Puterea unui punct faţă de un cerc. Ax şi centru radical.
6. Raportul ariilor a două poligoane asemenea.

7. Reciproca teoremei lui PITAGORA. Relaţia metrică a lui STEWART. Aplicaţie la mediane, etc.

8. Poligoane regulate circumscrise.

Clasa VI-a. Grupa I. **Geometria în spaţiu.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Unghiuri diedre. Măsura lor. Unghiuri triedre şi poliedre, proprietăţile lor.

2. Aria şi volumul trunchiului de piramidă. Extindere la con.

3. Volumul produs de un sector poligonal plan care se roteşte în jurul unei axe. Volumul zonei, calotei, sferei.

Grupa II-a. **Trigonometria.** Toată materia prevăzută în programa analitică până la «Aplicaţiile trigonometriei la agrimensură şi statică». In plus:

1. Aria unui triunghiu în raport cu elemente date.

2. Raza cercului circumscris în funcţiune de laturile triunghiului. Razele cercurilor înscrise şi exînscrise triunghiului. Relaţiuni.

3. Identităţi trigonometrice.

4. Cazuri particulare de rezolvare la triunghiuri dreptunghice şi oarecare.

5. Determinarea distanţelor între puncte inaccesibile.

6. Problema hărţii.

Clasa VII-a. Grupa I. **Algebra.** Toată materia prevăzută de programa analitică, fără «Aplicaţii la cinematică».

Grupa II-a. **Geometria descriptivă.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Diviziuni armonice, fascicole armonice. Pol şi polară în raport cu un unghiu şi în raport cu un cerc,

Teoremele lui PASCAL şi BRIANCHON. Patrulatere complete.

2. Transformări: inversiune, polare reciproce.

Clasa VIII-a. Grupa I. **Algebra.** Materia prevăzută de programa analitică.

Grupa II-a. **Geometria analitică.** Materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Schimbarea de axe.

2. Pol şi polară.

3. Clasificarea conicelor.

Grupa III-a. **Mecanica.** Materia prevăzută de programa analitică. In plus Cinematica.

* * *

Orice candidat trebue să cunoască materia respectivă a clasei precedente cu adăogirile prevăzute în prezenta programă.

EXERCIȚII REZOLVATE

Clasa V-a. *Exerc. 161. Să se calculeze:*

$$\frac{1+i}{(1-i)^2}$$

punându-se sub formă $(a+bi)$. A. A. R.

Avem succesiv:

$$\frac{1+i}{(1-i)^2}=\frac{1+i}{-2i}=\frac{i-1}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i.$$

V. 180. Să se construiască un triunghiu ABC *cunoscând unghiul* A, *baza* $\overline{BC}$ *și distanța* $\overline{HA'}$ *dela ortocentru la baza* $\overline{BC}$.

GH. B.

Se știe că:

$$\sphericalangle BHC=\pi-A.$$

Deci se poate construi triunghiul BHC în care se cunoaște baza BC, unghiul din H și înălțimea $\overline{HA'}$.

Ducând din B și C perpendiculare pe $\overline{CH}$ și $\overline{BH}$ se obține A.

V. 181. Pe laturile unui trapez isoscel se construește câte un pătrat. Să se demonstreze că dacă suma suprafețelor pătratelor construite pe laturile paralele este egală cu suma suprafețelor construite pe laturile neparalele, atunci mijloacele laturilor trapezului dat sunt vârfurile unui pătrat și reciproc.

GH. B.

Fie $BC=a$, $AD=b$ laturile paralele, $AB=CD=c$ laturile neparalele, M, N, P, Q mijloacele laturilor și F proiecția lui C pe AD. Se știe că:

$$(1)\qquad QN=\frac{a+b}{2}.$$

Din triunghiul dreptunghic CFD în care $FD=\frac{b-a}{2}$ se scoate:

$$\overline{CF}^2=\overline{MP}^2=c^2-\frac{(b-a)^2}{4}$$

sau ținând seamă că prin ipoteză

$$a^2+b^2=2c^2$$

$$\overline{MP}^2=\frac{(a+b)^2}{4}$$

deci $QN=MP$ ceeace demonstrează prima parte.

Reciproca se demonstrează pe cale inversă.

V. 187. Se consideră unghiul AOB *şi bisectoarea lui* OC; *se ia pe* OB *şi* OC, $\overline{OM} = \overline{ON}$, M *şi* N *se proiectează pe* OA *în* P *şi* Q. *Să se arate că:*

$$2\frac{OP}{MP} = \frac{OQ}{NQ} - \frac{NQ}{OQ}.$$

N. M.

Fie încă pe OA, OR = OM = ON; RS ⊥ OC — RS = QN, OS = OQ, S mijlocul lui RM. — In triunghiul isoscel ORM,

aria ORM = 2 aria ORS sau MP . OR = 2 . OS . RS = 2 . OQ . NQ.

Apoi:

$$OP^2 = OR^2 - MP^2 \text{ şi } OR^2 . OP^2 = OR^4 - 4OQ^2 . NQ^2$$

$$= OR^4 - 4(OR^2 - 2NQ^2)NQ^2 = OR^4 - 4OR^2 . NQ^2 + 4NQ^4$$

$$= (OR^2 - 2NQ)^2$$

deci

$$OR . OP = OR^2 - 2NQ^2 = OQ^2 + NQ^2 - 2NQ^2 = OQ^2 - NQ^2.$$

Deci:

$$2\frac{OP}{MP} = 2\frac{OR . OP}{OR . MP} = \frac{OQ^2 - NQ^2}{OQ . NQ} = \frac{OQ}{NQ} - \frac{NQ}{OQ}.$$

Clasa VI-a. *Exerc. 170. O sferă de centru* O *este tăiată de două plane paralele* P *şi* Q *situate la distanţa* d *unul de altul Să se găsească distanţa dela centrul sferei la planul* P *aşa fel încât suprafaţa zonei sferice determinată de cele două plane să fie egală cu suma suprafeţelor secţiunilor plane.*

Intre ce limite poate varia distanţa d *?*

G. D. S.

Să notăm cu R raza sferei, cu x distanţa dela centrul O la planul P şi cu r_1, r_2 razele cercurilor de secţiune prin cele două plane.

După enunţ va trebui să avem relaţia:

$$2\pi Rd = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 \qquad \therefore \quad 2Rd = r_1^2 + r_2^2. \tag{1}$$

Insă:

$$r_1^2 = R^2 - x^2 \; ; \; r_2^2 = R^2 - (d - x)^2 = R^2 - x^2 - d^2 + 2dx.$$

Introducând aceste valori în (1) şi ordonând termenii avem:

$$2x^2 - 2dx + d^2 + 2Rd - 2R^2 = 0$$

care dă:

$$x = \frac{d \pm \sqrt{-d^2 - 4Rd + 4R^2}}{2} = \frac{d \pm \sqrt{(2R-d)^2 - 2d^2}}{2}.$$

Ca problema să fie posibilă trebue să avem:

$$-d^2 - 4Rd + 4R^2 > 0.$$

Rădăcinile trinomului sunt:

$$d = 2R(-1 \pm \sqrt{2})$$

d va trebui să fie cuprins între rădăcini, însă cum nu poate fi negativ vom avea:

$$0 < d < 2R(\sqrt{2} - 1).$$

Clasa VIII-a: *Exerc. 66. Să se rezolve ecuaţiunea:*

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + a = 0$$

ştiind că are o rădăcină dublă. A. A. R.

Se caută cel mai mare comun divizor între:

$$P(x) \equiv x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + a$$

şi derivata:

$$P'(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1.$$

Scriind că restul de gradul zero (independent de x) este nul obţinem $a = 1$.

Restul de gradul întâi dă rădăcina dublă $x = -1$.

Deci ecuaţia dată se poate scrie:

$$P(x) \equiv (x+1)^2(x^2+1) = 0$$

de unde şi celelalte 2 rădăcini $x = \pm i$.

VIII. 68. Să se arate că.

$$\int \frac{dx}{1+\cos x} = -\operatorname{cotg} x + \operatorname{cosec} x + c.$$

A. A. R.

Putem scrie succesiv:

$$\int \frac{dx}{1+\cos x} = \int \frac{d\frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c = \frac{1-\cos x}{\sin x} + c$$

$$= -\operatorname{cotg} x + \operatorname{cosec} x + c.$$

VIII. 79. Să se rezolve ecuațiunea:

$$8x^4 - 30x^3 + 35^2 - 15x + 2 = 0$$

știind că rădăcinile sunt în progresie geometrică.

A. A. R.

Relațiunile dintre rădăcini și coeficienți sunt:

(1) $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{30}{8}$$

(2) $$(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) + x_1 x_2 + x_3 x_4 = \frac{35}{8}$$

(3) $$x_1 x_2 (x_3 + x_4) + x_3 x_4 (x_1 + x_2) = \frac{15}{8}$$

(4) $$x_1 x_2 x_3 x_4 = \frac{1}{4} .$$

Notând rădăcinile cu

$$\frac{u}{q^3} , \frac{u}{q} , uq , uq^3$$

relația (4) devine $u^2 = \frac{1}{2}$ $\therefore$ $u = \frac{1}{\sqrt{2}}$, iar (1) și (2) respectiv:

(1′) $$\left(q^3 + \frac{1}{q^3}\right) + \left(q + \frac{1}{q}\right) = \frac{15}{2\sqrt{2}}$$

(2′) $$\left(q^3 + \frac{1}{q^3}\right)\left(q + \frac{1}{q}\right) = \frac{27}{4}$$

$q + \frac{1}{q}$ este dat de ecuația:

$$z^2 - \frac{15}{2\sqrt{2}} z + \frac{27}{4} = 0$$

$$q + \frac{1}{q} = \frac{3}{\sqrt{2}}, q_1 = \sqrt{2} , q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} .$$

Iar rădăcinile sunt: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 , 2.

VIII. 94. Se cere rezultanta sistemului de forțe :

$$F_1 = F \ , \ F_2 = 2F \ , \ F_3 = 3F$$

știind că

$$\widehat{F_1 F_2} = 90^0 \text{ și } \widehat{F_2 F_3} = 45^0 .$$

G. D. S.

Alegem suporturile lui F_1 și F_2 ca axe *ox* și *oy*. Notând proiecțiile rezultantei cu R_x și R_y avem:

$$R_x = F_1 - F_3 \cos 45^0 = F - \frac{3\sqrt{2}}{2} F$$

$$R_y = F_2 + F_3 \cos 45^0 = 2F + \frac{3\sqrt{2}}{2} F$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = F\sqrt{14 + 3\sqrt{2}} \ .$$

Unghiul pe care rezultanta îl face cu *ox* este dat de:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2} - 3} = -\frac{13 + 9\sqrt{2}}{7} = -3{,}67$$

$$\therefore \ \alpha = 105^0\, 14'\, 30''' .$$

VIII. 96. Se dă cercul $x^2 + y^2 = a^2$ *și iperbola*

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0.$$

O tangentă variabilă la cerc taie iperbola în două puncte M *și* M'. *Tangentele în aceste puncte la iperbolă se întâlnesc într'un punct al cărui loc geometric se cere.*

G. D. S.

Tangenta la cerc într'un punct (x_0, y_0) este:

(1) $$x x_0 + y y_0 - a^2 = 0.$$

Punctul de întâlnire al tangentelor în M și M' la iperbolă este polul dreptei (1) față de iperbolă.

Scriind că polara unui punct I (α, β) coincide cu dreapta (1), determinăm pe α și β. Polara este:

(2) $$\frac{x\alpha}{a^2} - \frac{y\beta}{b^2} - 1 = 0$$

şi ca să coincidă cu (1) trebue ca:

$$\frac{\frac{\alpha}{a^2}}{\frac{x_0}{}} = \frac{-\frac{\beta}{b^2}}{\frac{y_0}{}} = \frac{1}{a^2} \quad \therefore \alpha = x_0, \beta = -\frac{b^2}{a^2} y_0 .$$

Punctul (x_0, y_0) fiind pe cerc vom avea:

$$x_0^2 + y_0^2 - a^2 = 0$$

sau introducând pe x_0, y_0, în funcţie de α şi β:

$$\frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{\left(\frac{b^2}{a}\right)^2} - 1 = 0 .$$

Deci locul geometric al punctului I este o elipsă.

VIII. 97. Se dă elipsa

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

şi iperbola

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 .$$

O tangentă variabilă la elipsă taie iperbola în două puncte M *şi* M'. *Tangentele în aceste puncte la iperbolă se întâlnesc într'un punct al cărui loc geometric se cere.*

2. *Polarele unui punct din plan în raport cu cele două curbe se taie pe axa* OX.

G. D. S.

1°. Ca şi la exerciţiul precedent vom avea tangenta într'un punct (x_0, y_0) al elipsei:

$$\frac{x x_0}{a^2} + \frac{y y_0}{b^2} - 1 = 0 .$$

Polara unui punct I (α, β) faţă de iperbolă:

$$\frac{x\alpha}{a^2} - \frac{y\beta}{b^2} - 1 = 0$$

Ca aceste drepte să coincidă trebue ca:

$$\alpha = x_0 \quad \beta = -y_0 .$$

Punctul (x_0, y_0) trebuind să verifice ecuaţia elipsei vom avea:

$$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}-1=0$$

ceeace ne dă locul geometric al punctului I:

$$\frac{\alpha^2}{a^2}+\frac{\beta^2}{b^2}-1=0$$

adică chiar elipsa dată.

2°. Polarele unui punct faţă de cele două curbe fiind:

$$\frac{x\alpha}{a^2}+\frac{y\beta}{b^2}-1=0 \text{ şi } \frac{x\alpha}{a^2}-\frac{y\beta}{b^2}-1=0$$

prin scădere obţinem:

$$y=0$$

deci polarele se taie pe axa ox.

Până la 10 Noemvrie s'au primit soluţii bune pentru exerciţiile publicate în numerele 1 şi 2 dela[1]):

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Brâncoveanu Maria (IV: 183), Dimitriu A. Adriana (IV: 181*), Halunga O. Speranţa (IV: 181*, 2, 92). — *Clasa VII-a:* Romaşcan G. Georgeta (VII: 180, 1, 2, 6, 90, 2, VIII: 122).

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Pavkov P. Emilia (IV: 182), Vasiliu C. Margareta (IV: 181, 2, 92). — *Clasa V-a:* Nissim L. Mioara (V: 219, 20, 9). — *Clasa VIII-a:* Petrov E. Elena (VIII: 117, 8), Marinescu D. Maria (VIII: 117, 22, 5).

Institutul de fete „Pompilian" Bucureşti.

Clasa VII-a: Bercovici L. Raşela (VII: 177, 8, 9, 80), Gütter Bertha (VII: 177, 8, 9, 80), Netzler B. Josetta (VII: 177, 8, 9, 80), Topoleansky I. Eva (VII: 177, 8, 9, 80).

Liceul de fete „Mihail Kogălniceanu" Galaţi.

Clasa VIII-a: Grigoriu D. Aurora (VIII: 129, T. c.: 27).

Liceul de fete „Carmen Sylva" Timişoara.

Clasa VII-a: Ranga I. Iulia (VII: 178, 80, 1). — *Clasa VIII-a:* Guttmann Paraschiva (VIII: 118).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul „Mihai Viteazul“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Constantinescu C. (VI: 192), Ionescu I. R. (VI: 188, 90, 2, 4, 5, 202, 5, 6), Ştefănescu T. (VI: 190, 8, 202).— *Clasa VII-a:* Andrei N. J. (VII: 178, 9, 80, 5), Antonescu N. V. (VII: 178, 9, 80, 3), Budiş C. T. (VII: 178), Călinescu D. T. (VII: 178, 9, 180, 3, 5), Dumitrescu M. G. (VII: 178, 9), Dumitriu C. T. (VII: 180, 5, 92), Dumitriu V. N. (VII: 178, 9, 80, 3, 5), Enciulescu I. (VII: 178, 9, 80, 5, T. c: 18), Ghica N. P. (VII: 178, 9, 80, 5), Ghiulamila D. C. (VII: 178, 9, 80, 3, 5), Iordache D. I. (VII: 178, 9, 80, 5), Iordan M. C. (VII: 178, 9, 80, 3, 5), Lascăr M. (VII: 180, 2), Miron T. R. (VII: 180, 5), Porumbescu V. N. (VII: 180, 3, 5), Raul A. M. (VII: 180), Slomneanu I. I. (VII: 178, 9, 80, 1, 2*, 3, 5*), Stănescu G. T. (VII: 178, 80, 5), Ştefănescu D. (VII: 178, 9, 80), Tomulescu S. G. (VII: 178, 9, 80, 3, 5). — *Clasa VIII-a:* Cristescu I. Gh. (VIII: 127*, 30, T. c.: 26, 8, 9, 30), Dumitrescu I. C. (VIII: 122).

Liceul „Gheorghe Lazăr“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Barbu I. (IV: 182, 90), Krauss V. R. (IV: 181, 3, 96, T. c.: 28, 9), Petrescu I. I. (IV: 183, 7). — *Clasa VI-a:* Schwartz I. (VI: 192, 4, 6, 7, 201). — *Clasa VII-a:* Aderca F. M. (VII: 180), Decusară N. (VII: 180, 3), Hornstein U. A. (VII: 180), Popescu Al. M. (VII: 180, 1, 5).— *Clasa VIII-a:* Begu I. Şt. (VIII: 118, 22).

Liceul „Matei Basarab“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Preciado I. Th. (VII: 181), Şaichin O. A. (VII: 177, 8, 9, 80, 1, 4, T. c.: 21).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Ciurescu I. F. (IV: 181*, 3, 92, 6, 9, V: 215). — *Clasa VII-a:* Ciurescu I. R. (VII: 178, 9, 80, 5, 9, 92, T. c.: 21).

Liceul „Principele Carol“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Boisnard L. (VII: 180, 4, 5), Ionescu Şt. Al. (VII: 180, 3, 5), Teodorescu I. N. (VII: 180, 4, 5).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Stănculescu I. (VII: 178, 9, 83, 5).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Voinescu P. N. (VI: 186, 7, 90, 2). — *Clasa VII-a:* Bădulescu V. V. (VII: 178).

Liceul „Schewitz-Thierrin“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Drăguşanu I. C. (VI: 188, 92, 4, 5), Mihăilescu T. C. (VI: 194).

Liceul „Cantemir Vodă“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Pârcălăbescu I. A. (VII: 179, 9, 81).

Liceul „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Horvath I. S. (VI: 198, 9, 201, 6, T. c.: 27), Mavitz D. M. (VI: 192, T. c.: 27), Stoicescu E. C. (VI: 192, T. c.: 27).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Michelsohn I. L. (VI: 190, 2, 4, 6, 7).

Liceul „Libros“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Segal J. (T. c.: 21).

Liceul „Mihai Viteazul“ Alba-Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu-Stabu A. M. (V: 205, 6, 7, 8, VI: 186, 7, 92, 3*, 4*, 6, VII: 178, 9, 80, 1*, 5, T. c.: 18, 20, 1, 3).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa VII-a: Moldovan R. S. (VII: 178, 9, 81).

Liceul „Regele Ferdinand“ Bacău.

Clasa VII-a: Tudor C. Gh. (VII: 180, 3, 5).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa VII-a: Ciocoiu A. A. (VII: 178, 9, 80, 3, 92).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI: 127, 90, 2, 7).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa VII-a: Constantinescu I. M. (VIII: 118).

Liceul „Nicolae Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Bădilă G. Şt. (V: 212, 4, 20, 1), Boboc I. Al. (214, 9, 20, 1, 3, 4), Creţu M. T. (V: 212, 23, 4), Dumitru S. Al. (V: 214, 20), Edmond V. N. (V: 217), Gheorghe A. I. (V: 212, 9*, 20, 1, 3), Marinescu N. E. (V: 224), Maruşescu Ed. (V: 223), Maruşescu N. N. (V: 221, 19*), Rotcopf M. (V: 212), Tânjală G. M. (V: 219, 20, 1, 3, 9), Trefilow M. (V: 210, 1, 2, 4, 5, 7, 9, 21, 3, 7, VI: 190, 2, 201, 2*), Zanguropol S. S. (V: 219, 20, 1, 9). — *Clasa VI-a:* Panaghi T. (VI: 192, 4), Protopopescu D. (VI: 192).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Bădescu F. R. (IV: 181, 2, 3), Iacob L. (IV: 183), Liviu C. L. (IV: 181). — *Clasa V-a:* Tănăsescu I. G. (V: 207, 11, 2, V: 192, 209). — *Clasa VI-a:* Mihăilescu N. M. (VI: 192, 4, 5, 6, 202, 5, 6), Priscu I. (VI: 192).

Liceul „B. P. Haşdeu“ Buzău.

Clasa VII-a: Ivaşcu V. A. (VII: 179, 80, 3, 5).

Liceul „Nicu Gane“ Fălticeni.

Clasa VI-a: Dimitrov V. C. (VI: 192). — *Clasa VII-a:* Teskievici M. Gh. (VII: 180).

Liceul „Unirea“ Focşani.

Clasa III-a: Iosipescu C. I. (IV: 180, 1*, 3, 7). — *Clasa VI-a:* Zolotovici I. D. (VI: 194, 7, 201, 2, 6, VIII: 122).

Liceul Comunităţii evreilor Galaţi.

Clasa V-a: Vaisman M. (V: 214).

Liceul Internat Iaşi.

Clasa VII-a: Andronic M. (VII: 178, 9). — *Clasa VIII-a:* Dumitriu D. M. (T. c.: 18), Matei D. D. (VIII: 122).

Liceul „Coriolan Bredicean u“ Lugoj.

Clasa V-a: Vinţan I. L. (V: 207, 11, 4, 20, VI: 192). — *Clasa VI-a:* Neumann F. F. (VI: 192), Popoviciu C. M. (VI: 190, 2, 4, 6, 206), Schmidt O. (VI: 190, 2), Sorian I. O. (VI: 190, 2, 202, VIII: 122, T. c.: 28).

Liceul „Tasse Dumitrescu“ Mizil.

Clasa VI-a: Popescu M. A. (VI: 192, 4, 7, 201, 2). — *Clasa VII-a:* Fianu I. G. (VII: 179, 80, 3, 5), Popescu D. S. (VII: 179, 80).

Liceul „I. C. Brătianu“ Piteşti.

Clasa V-a: Sima C. E. (V: 211). — *Clasa VI-a:* Floroiu G. T. (VI: 202, 6).

Liceul „Radu Greceanu“ Slatina.

Clasa VI-a: Ghiţuleasa C. I. (VI: 190, 2, 6, 7, 202, T. c.: 28, 30).

Liceul „D. A. Sturza“ Tecuci.

Clasa IV-a: Sbârnea D. G. (IV: 182, 3, VI: 190).

Liceul „Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: Frunză V. A. (IV: 182, 96, T. c.: 21, 8, 9), Roth R. (IV: 183), Teleguţ M. (IV: 183). — *Clasa VII-a:* Nicolau L. L. (VII: 178, 9, 80, 5).

Liceul Piarist Timişoara.

Clasa VII-a: Wittenberger L. R. (VII: 180).

Liceul „Traian“ Turnu-Severin.

Clasa V-a: Căpraru C. A. (V: 210, 2*, 20), Strechescu Gh. C. (V: 210, 20). — *Clasa VI-a:* Mihail M. T. (VI: 201), Mitea C. M. (VI: 190), Modâlcă S. E. (VI: 190, 202). — *Clasa VII-a:* Ciuciu A. N. (VII: 178, 80, 5), Gâdea I. V. (VII: 178, 9, 80).

Liceul particular Sălişte Bihor.

Clasa IV-a: Bursaşiu T. T. (IV: 182, 3, 90, V: 207, VI: 192).

Liceul Militar „N. Filipescu“ Mănăstirea Dealu Târgoviște.

Clasa III-a: Crăciunescu I. M. (V: 207, 8). — *Clasa IV-a:* Bârlea V. G. (IV: 181*, 2, 3, VII: 192, T. c.: 21, 7). — *Clasa V-a:* Anastasiu M. M. (V: 207, 11, 6, 20, VI: 192, 4, 212, 4, V: 180, T. c.: 28), Andrievici N. (V: 207, 11, 6, 21, VI: 190, VII: 180, T. c.: 27, 8, 9, 30), Buznea D. D. (V: 207, 11, 6, 7, 9, 20, 1, 9, VI: 201, 12, 4, VII: 192, T. c.: 20, 6, 7, 9, 30), Ciutac B. Șt. (V: 211, 4, 6, 9, 20, 1), Deciulescu G. (V: 212, VI: 192, 201, 12, 4, VII: 180, 5, 9, 92, T. c.: 26, 7, 30), Diaconescu M. (V: 209, 11, 2, 6, VII: 180, T. c.: 30), Georgescu C. (V: 214, VII: 180), Gheorghiu S. Gh. (V: 207, 11, VI: 192), Jipescu N. N. (V: 211, 21, VII: 192, . c.: 27), Marinescu Gh. Gh. (V: 207, 8, 11), Nicolescu I. M. (V: 211, 6, 7, 23, T. c.: 29, 30), Popescu T. M. (V: 211, 21, VII: 192, T. c.: 27), Rădulescu G. N. (V: 211, 4, 7, 20, T. c.: 26, 7, 30), Stoenescu D. M. (V: 211, 2, 4, 20, 1, VI: 194, 201, 6, VII: 180), Tănăsescu N. N. (V: 207, 11, 6, 7, 23, VII: 180), Theodorescu D. (V: 209, 12, 4, VI: 190, 2, 4, 206, 19, VII: 180, 5, 220). — *Clasa VI-a:* Cristocea G. N. (VI: 190, 4, 7, VII: 180, T. c.: 18, 21), Daniel G. (VI: 192), Florescu G. (VII: 184), Manolescu N. (VI: 190, 2, 4, VII: 180), Pascu V. H. (VI: 190, 2, 4, 7, VII: 180, T. c.: 18), Popescu S. (VI: 190, 2, 4, 7), Protopopescu M. (VI: 192), Stoica V. V. (VI: 190, 2, 4, 7, VII: 178, 9, 80), Vlădoianu R. G. (VI: 190, 2, 4, 7, VII: 180, 4, T. c.: 21). — *Clasa VII-a:* Belloiu D. (VII: 180, T. c.: 21, 7, 8, 9), Buiculescu C. R. (VII: 178, 9, 80, 1, 5, 9, 92, VIII: 122, T. c.: 27, 8, 30), Cosma C. C. (VII: 178, 9, 80, 5, 9, 92, VIII: 122, T. c.: 28), Cracea G. (VII: 178, 9, 80, 1, 4), Dobre T. (VII: 178, 9, 80, 3, 5, 9, 92, T. c.: 28), Ghimbășanu N. (VII: 180, 4, 9, 92, 3), Guțulescu N. A. (VII: 178, 9, 80, 5, 9, 92, T. c.: 21, 7), Lăzărescu S. (VII: 178, 9, 84, 5), Manolescu P. N. (VII: 185), Negulescu D. Șt. (VII: 181, 2, 5, 92, VIII: 117, 8, 22, T. c.: 20, 1, 7, 9), Nicolaescu C. (VII: 183, 5, 9, T. c.: 28, 9), Petre C. I. (VII: 178, 9, 80, 5), Petrescu C. A. (VII: 178, 9, 80, 3, 5, 9, 92, 3, T. c.: 27), Petrescu G. B. (VII: 179, 85, 90, 1, 3, T. c.: 27, 30), Săndulescu V. L. (VII: 180, 5, 9, 92, T. c: 28, 9, 30), Ștefănescu C. (VII: 177, 9, 80, 1, 4, 5, 9, 93, VIII: 122, T. c.: 27, 30), Ștefănescu D. N. (VII: 177, 8*, 9*, 80, 1, 4, 9, VIII: 122, T. c.: 20, 5, 6, 9), Tatomir G. (VII: 179, 80, 1, 4, 5, 9, 2).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Tg. Mureș.

Clasa IV-a: Popa S. (IV: 183). — *Clasa V-a:* Angelescu Șt. Th. (V: 216), Mingea M. (V: 207), Oprescu I. I. (V: 207), Theodorescu D. (VII: 183). — *Clasa VI-a:* Constantinescu M. (VI: 192), Diaconu I. I. (VI: 192), Drăgulescu G. G. (VI: 172), Iacob A. Șt. (VI: 190.), Pasăre I. (VI: 192, 3), Pop A. A. (VI: 194), Sandru Gh. (VI: 196), Săndulescu I. I. (VI: 192. 4, 5, 6), Segarceanu E. (VI: 192, 4), Ștefănescu T. (VI: 192), Tătaru N. N. (VI: 190, 2, 4, 5, 6). — *Clasa VII-a:* Andronache V. (VII: 178, 81), Bădescu I. (VII: 178, 9, 80, 1), Capotă Gh. Gh. (VII: 180), Dalban G. (VII: 177, 8, 80, 1, 4, 5), Drăgulescu G. Gh. (VII: 178, 80, 1, VIII: 122), Hortopan G. G. (VII: 177, 8, 80, 1, T. c.: 20, 1, 5), Hurezeanu C. (VII: 178, 180, 1, 4, VIII: 122), Ionescu-Fulger M. C. (VII: 178, 9, 80, 1, 3, 4, 5, VIII:

122, T. c.: 21, 5), Matei D. V. (VII: 179, 85, T. c.: 21), Moldovan R. G. (VII: 183, 5), Mosora N. (VII: 178, 9, 80, 3, 4, 5), Niculescu A. (VII: 183. 5), Pria C. (VII: 178, 9), Tofan R. T. (VII: 180, 5), Toma N. N. (VII: 178, 9, 80, 1, 3, 4, 5), Voicu A. (VII: 178, 9, 80, 3, 5).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa VII-a: Mihăilescu D. C. (VII: 178, 80). — *Clasa VIII:* Bulat I. M. (VIII: 118), Tomescu Tit. H. (VIII: 118).

Liceul militar „Ştefan Cel Mare" Cernăuţi.

Clasa IV-a: Velea M. P. (IV: 182). — *Clasa V-a:* Cemuşcă N. C. (V: 210), Cublea C. (V: 209), Dăogaru V. Gh. (V: 209, 11, 7), Ianculescu E. A. (V: 209), Melinte V. I. (V: 209, 10), Mihăilescu P. (V: 211), Onişoru V. (V: 209), Paicu G. M. (V: 209, 10), Tutoveanu V. (V: 209).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Martie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 202.* Să se verifice identitatea:

$$\frac{a+b-c}{(b-c)(c-a)}+\frac{b+c-a}{(c-a)(a-b)}+\frac{c+a-b}{(a-b)(b-c)}\equiv 0.$$

C. I. B.

IV. 203. Să se arate că:

$$[(x+y)^2+(x-y)^2]^2-[(x+y)^2-(x-y)^2]^2=4(x^2-y^2)^2.$$

N. M.

IV. 204. Să se calculeze expresiunea:

$$E\equiv\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a+b}+\frac{a-b}{b}+\frac{a+b}{a}$$

pentru $a=2b$. I. L.

IV. 205. Să se afle valoarea numerică a expresiunii:

$$\frac{y+\sqrt{y^2+xy+yz+zx}}{\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}-\sqrt{z+x}}-(\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x})$$

pentru:

a) $x=1,\quad y=2,\quad z=3$

b) $x=2,\quad y=3,\quad z=4$

c) $x=3,\quad y=4,\quad z=5.$ H. P.

IV. 206. Să se arate că expresiunea:

$$E \equiv x(y+z+1) - z(x+y+1) + (z-y)(x+1)$$

este o diferență de două pătrate.

H. P. I.

IV. 207. Să se verifice identitatea:

$$\frac{(a-b+2)\,b\,(b+1)}{2} - (a-b+1)(b^2-1) + \frac{(a-b)\,b\,(b-1)}{2} \equiv a+1.$$

G. D. S.

IV. 208. Fie

$$X = x^2 - yz \quad , \quad Y = y^2 - zx \quad , \quad Z = z^2 - xy$$

$$X' = x^2 + yz \quad , \quad Y' = y^2 + zx \quad , \quad Z' = z^2 + xy$$

să se arate că:

$$XYZ = yz\,XX' + zx\,YY' + xy\,ZZ'$$

să se verifice apoi într'un caz numeric.

N. M.

IV. 209. Să se descompună în produs de patru factori expresiunea:

$$a[(a+2)(a^2-b^2)+a] - b^2.$$

U. M. F.

IV. 210. Să se stabilească descompunerea:

$$a^6 + a^5 + a^4 + 2a^3 + a^2 + a + 1 \equiv (a^3+1)(a^2+1)(a+1).$$

A. G.

IV. 211. Să se descompună trinoamele următoare:

$1^0.$ $x^4 - 6x^2 + 1$

$2^0.$ $x^8 + 34x^4 + 1$

$3^0.$ $x^{16} - 1154x^8 + 1$

în produse de trinoame cu coeficienții întregi.

O. N. Ț.

Clasa V-a. *Exerc. 231.* Să se arate că unind punctele de contact ale cercului înscris într'un romb, se obţine un dreptunghi.

C. I. B.

V. 232. Se dă un cerc cu centrul O, o coardă AB şi punctele C şi D pe coardă, astfel încât:

$$\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB}.$$

E fiind diametral opus lui A, să se arate că:

$$\overline{ED} = 2\,\overline{OD}.$$

C. I. B.

V. 233. Să se simplifice expresiunea:

$$E \equiv \frac{(a+b+c)^4 - 5(a+b+c)^2 + 4}{(a+b+c)^2 + 3(a+b+c) + 2}.$$

I. L.

V. 234. Fiind dat polinomul:

$$P(x) \equiv x^3 + ax^2 + bx + c,$$

în ce caz avem:

$$P(-1) = P(0) = P(+1).$$

I. L.

V. 235. Care este cea mai simplă formă a expresiunii:

$$\frac{(a-b+1)(a-b+2)\,b(b+1)}{2(a+1)} - \frac{(a-b)(a-b+1)(b^2-1)}{a+1} + \frac{(a-b-1)(a-b)\,b(b-1)}{2(a+1)}.$$

G. D. S.

V. 236. Să se determine a şi b astfel încât polinomul

$$P(x) \equiv x^4 + ax^3 - x^2 + bx + 3$$

împărţit cu $(x-2)$ să dea restul $+5$, iar împărţit cu $x+3$ să dea restul $+120$.

G. D. S.

V. 237. Să se scrie direct câtul polinomului:

$$P(x) \equiv x^{4n+2} + x^{2n+1} + x^4 - x - 2$$

prin $(x^2 - 1)$. H. P. I.

V. 238. Să se rezolve sistemul de două ecuaţiuni cu două necunoscute:

$$\begin{cases} \dfrac{a^2 + a + 1}{x} + (a^2 - a + 1)y = \dfrac{a}{a^2 - 1} \\ \dfrac{a^2 - a + 1}{x} + (a^2 + a + 1)y = \dfrac{1}{a^2 - 1} \end{cases}$$

H. P. I.

V. 239. Se dă trapezul ABCD cu laturile paralele AB , CD. Paralela din A la diagonala BD taie pe CD în E şi paralela din D la diagonala AC taie pe BA în F.

Să se demonstreze că figura BCEF este un paralelogram.

GH. B.

V. 240. Mediatoarele triunghiului ortic (format de picioarele înălţimilor) trec prin mijloacele laturilor triunghiului fundamental.

N. M.

V. 241. Să se rezolve sistemul următor:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_1^2 x_2 x_3 x_4 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2^2 x_3 x_4 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3^2 x_4 x_5} = \dfrac{1}{a_1} \\ \dfrac{1}{x_1 x_2^2 x_3 x_4 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3^2 x_4 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3 x_4^2 x_5} = \dfrac{1}{a_2} \\ \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3^2 x_4 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3 x_4^2 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^2} = \dfrac{1}{a_3} \\ \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3 x_4^2 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^2} + \dfrac{1}{x_1^2 x_2 x_3 x_4 x_5} = \dfrac{1}{a_4} \\ \dfrac{1}{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^2} + \dfrac{1}{x_1^2 x_2 x_3 x_4 x_5} + \dfrac{1}{x_1 x_2^2 x_3 x_4 x_5} = \dfrac{1}{a_5} \end{cases}$$

Să se generalizeze. O. N. Ţ.

V. 242. Să se rezolve sistemul:

$$\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=m\ ;\quad \frac{x}{y}=n.$$

Discuţiune.

U. M. F.

Clasa VI-a. *Exerc. 210.* Să se găsească o formă mai simplă pentru valoarea:

$$\sin 54^0=\frac{1}{4}\sqrt{6+\sqrt{20}}\ .$$

U. M. F.

VI. 211. Să se găsească expresiunea valorii exacte a lui $\sin\frac{75^0}{8}$ şi să i se dea o interpretare geometrică.

H. P. I.

VI. 212. α fiind un unghiu oarecare, avem:

$$\cos\alpha+\cos(120^0+\alpha)+\cos(240^0+\alpha)+0$$

$$\sin\alpha+\sin(120^0+\alpha)+\sin(240^0+\alpha)=0.$$

Să se generalizeze.

N. M.

VI. 213. Să se verifice identitatea:

$$\frac{\cos 5a+\sin 3a-\cos a}{\sin 5a-\cos 3a-\sin a}+\operatorname{tg} 3a\equiv 0.$$

G. D. S.

VI. 214. Să se facă calculabilă prin logaritmi expresiunea:

$$E\equiv\frac{\operatorname{tg}a-\cos 2a+1}{\operatorname{tg}a+\cos 2a-1}\ .$$

G. D. S.

VI. 215. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\log x=a+\log(x-a)$$

pentru cazul $a=142,19$. Soluţia se cere cu trei zecimale exacte.

Gh. B.

VI. 216. Să se calculeze în grade, minute, secunde arcele de lungimi:

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} \text{ și } \sqrt{2-\sqrt{2}}$$

raza cercului fiind unitatea. I. L.

VI. 217. Dacă x_1, y_1, z_1 și x_2, y_2, z_2 sunt două grupe de numere în progresiune geometrică de rație q_1 și q_2 condițiunea pentru ca:

$$x_1+x_2,\ y_1+y_2,\ z_1+z_2$$

să fie în progresiune geometrică este: $q_1 = q_2$.

C. I. B.

VI. 218. Să se stabilească identitățile:

a) $8\cos\left(\frac{\pi}{8}+a\right)\cos\left(\frac{\pi}{8}-a\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8}+a\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8}-a\right)\equiv\cos 4a;$

b) $\operatorname{tg}a=\frac{\sin 2a}{1+\cos 2a}=\frac{\sin 4a}{1+2\cos 2a+\cos 4a}=\operatorname{cotg}a-2\operatorname{cotg}2a.$

C. I. Ț.

VI. 219. Fiind dat un arc α, să se găsească:
a) toate arcele al căror *sinus* este egal cu *cos*α;
b) toate arcele a căror *cotangentă* este egală cu $(-\operatorname{tg}\alpha)$.

I. L.

VI. 220. Să se arate că dacă pătratele medianelor unui triunghiu sunt măsurate de trei numere în progresiune aritmetică, pătratele laturilor acelui triunghiu formează deasemenea o progresiune aritmetică și reciproc.

O. N. Ț.

VI. 221. In orice triunghiu există relațiunile:

$$\frac{(a\pm b)(b\pm c)(c\pm a)}{abc}\sin A\sin B\sin C$$
$$=(\sin A\pm\sin B)(\sin B\pm\sin C)(\sin C\pm\sin A)$$

semnele corespunzându-se. A. A. R.

Clasa VII-a. *Exerc. 196.* Să se arate că determinantul:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & \cos\alpha & \operatorname{tg}\alpha & \operatorname{cotg}\alpha \\ \cos(\pi-\alpha) & 0 & \operatorname{tg}\beta & \operatorname{cotg}\beta \\ \operatorname{tg}(\pi-\alpha) & \operatorname{tg}(\pi-\beta) & 0 & \operatorname{cotg}\gamma \\ \operatorname{cotg}(\pi-\alpha) & \operatorname{cotg}(\pi-\beta) & \operatorname{cotg}(\pi-\gamma) & 0 \end{vmatrix}$$

este un pătrat perfect. C. I. B.

VII. 197. Să se arate că valoarea determinantului:

$$D \equiv \begin{vmatrix} x & a+ix & b+ix & c+ix \\ a-ix & x & d+ix & e+ix \\ b-ix & d-ix & x & f+ix \\ c-ix & e-ix & f-ix & x \end{vmatrix},$$

în care $i = \sqrt{-1}$, este reală.

C. I. B.

VII. 198. Să se calculeze determinantul:

$$D \equiv \begin{vmatrix} 0 & 1 & -i & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -i \\ i & -1 & 0 & 1 \\ 0 & i & -1 & 0 \end{vmatrix},$$

unde $i = \sqrt{-1}$. I. L.

VII. 199. Să se arate că oricare ar fi θ, avem:

$$\begin{vmatrix} \sqrt{a^2+b^2}\,(a\cos\theta + b\sin\theta) & \sqrt{a^2+b^2}\cdot\cos\theta & \sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin\theta & 1 \\ a^2+b^2 & a & b & 1 \\ a^2 & a & 0 & 1 \\ b^2 & 0 & b & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

A. G.

VII. 200. Să se verifice identitatea:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x & x^2 & 1 \\ x^2 & 1 & x \end{vmatrix} + (1-x^3)^2 \equiv 0.$$

H. P. I.

VII. 201. Să se discute sistemul :

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \alpha, \quad \begin{vmatrix} 1 & y & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ \lambda & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

N. M.

VII. 202. Să se calculeze determinantul :

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \cos^2 a \sin a & \cos a \sin^2 a & \sin^3 a & \cos^3 a \\ \cos a \sin^2 a & \sin^3 a & \cos^3 a & \cos^2 a \sin a \\ \sin^3 a & \cos^3 a & \cos^2 a \sin a & \cos a \sin^2 a \end{vmatrix}.$$

H. P. I.

VII. 203. *a, b, c* fiind laturile unui triunghiu, să se arate că dacă determinantul

$$D \equiv \begin{vmatrix} 1+a^2+a^4 & 1+ab+a^2b^2 & 1+ac+a^2c^2 \\ 1+ab+a^2b^2 & 1+b^2+b^4 & 1+bc+b^2c^2 \\ 1+ac+a^2c^2 & 1+bc+b^2c^2 & 1+c^2+c^4 \end{vmatrix}$$

este nul, triunghiul este isoscel sau echilateral şi reciproc.

O. N. Ţ.

VII. 204. Cineva cumpără 9 sticle cu vin; α fiind costul unei sticle goale, iar β preţul vinului. La înapoierea sticlelor goale cere să i se dea în costul lor alte sticle cu vin.

Să se găsească numărul sticlelor cu vin cumpărat după fiecare operaţie. Discuţie. A. A. R.

VII. 205. Să se stabilească identitatea :

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a+\alpha} & \frac{1}{b+\beta} & \frac{1}{c+\gamma} \\ \frac{1}{a}\,\frac{a-\alpha}{a+\alpha} & \frac{1}{b}\,\frac{b-\beta}{b+\beta} & \frac{1}{c}\,\frac{c-\gamma}{c+\gamma} \end{vmatrix} = 0.$$

C. I. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 132.* Să se determine coeficienţii A şi B astfel încât polinomul:

$$P(x) \equiv A\,x^{n+1} + B\,x^n + 2$$

să fie divizibil cu $(x-1)^2$.

I. L.

VIII. 133. Să se calculeze derivata funcţiunii:

$$y = e^x(1 + x + x^2 + \ldots + x^n).$$

A. A. R.

VIII. 134. Să se determine h astfel ca polinomul $f(x+h)$ să nu conţină termenul în x^2, ştiind că

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1.$$

A. A. R.

VIII. 135. Să se studieze variaţiunea funcţiunii:

$$y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + \alpha \qquad (1)$$

şi să se deducă, din reprezentarea acestei variaţiuni, numărul rădăcinilor reale ale ecuaţiunii:

$$2x^3 + 9x^2 + 12x + \alpha = 0. \qquad (2)$$

Există vreo valoare a parametrului α, pentru care ecuaţiunea (2) să aibă o rădăcină dublă?

O. N. Ţ.

VIII. 136. Să se studieze variaţiunea funcţiunii:

$$y = 3x^4 + 8\alpha x^3 + 6\alpha^2 x^2 - 1 \qquad (1)$$

şi să se deducă, din reprezentarea acestei variaţiuni, numărul rădăcinilor reale ale ecuaţiunii:

$$3x^4 + 8\alpha x^3 + 6\alpha^2 x^2 - 1 = 0. \qquad (2)$$

Să se traseze exact curba reprezentativă a variaţiunii lui y pentru o valoare dată parametrului α.

Ce valoare este excepţională?.

O. N. Ţ.

VIII. 137. Se dă polinomul

$$f(x) \equiv (x-3)(x-5)(x-9)$$

şi se cere să se găsească ce valori poate lua x în jurul valorilor 3, 5, 9 pentru ca valoarea absolută a polinomului să fie mai mică decât 0,0004 în fiecare din cele trei intervale.

A. G.

VIII. 138. Ce valori trebue să luăm pentru x, pentru ca valoarea absolută a polinomului:

$$f(x) \equiv 5x^7 - 3x^5 + 20x^4 - 11x - 8$$

să fie mai mică decât 10^6. A. G.

VIII. 139. Ce relaţii trebue să existe între coeficienţii unui polinom de gradul n şi ai unui polinom de gradul $n-1$, pentru ca ei să aibă un cel mai mare divizor comun de gradul $n-2$.

A. G.

Pentru toate clasele. *Exerc. 34.* Să se demonstreze că dacă $b+c-a$ se divide prin *7*, atunci şi numărul de cinci cifre *abcba* se divide prin *7*.

GH. B.

T. C. 35. Să se demonstreze că dacă diferenţa $b-a$ este *0* sau *7*, numărul de cinci cifre *ab0ba* este divizibil prin 7 sau *14*.

GH. B.

T. C. 36. Un corp cubic pluteşte în apă, înfundându-se trei sferturi. Cât se va înfunda în mercur?

I. L.

T. C. 37. Două vergele, una de fier şi alta de aluminium au la 200^0 aceeaşi lungime. Ce lungime vor avea la 0^0?

I. L.

T. C. 38. Să se calculeze cu aproximaţie de 0,001 expresiunea:

$$E \equiv 2000\, e^{-\frac{3\pi}{2}} - 200\, e^{-\pi} - 40\, e^{-\frac{\pi}{2}} - 1$$

unde:

$$e \doteq 2{,}71828\ldots$$

C. I. Ţ.

T. C. 39. Să se calculeze cu aproximație de 0,00001 expresiunea:

$$E \equiv \frac{\log\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)}{\log\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)} - e^{-\frac{\pi}{2}}, \text{ unde } e = 2{,}71828\ldots$$

C. I. Ț.

T. C. 40. Să ae afle suprafața, dintr'o sferă de rază R, cuprinsă între două plane oarecare la distanțele h_1 și h_2 de centrul sferei. Discuțiune.

A. G.

T. C. 41. Să se arate că diferența a două cuburi consecutive micșorată cu *1* este multiplu de *6*.

U. M. F.

Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului și se redactează după „Instrucțiunile" publicate în Nr. 1 pag. 24, pentru a fi luate în considerare.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică»

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei și se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviței 158, București 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII științifică, Ediția V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediția III revăzută și îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu** și **G. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută și adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste prețuri se vor adăuga taxele poștale pentru expediție.

M2543

Biblioteca ASTRA = SIBIU

0 - MAR. 2014 22.

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 4 — 1 IANUARIE 1937

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

BIBLIOTECA CENTRALA ASOCIAŢIUNII SIBIIU

Clasa IV-a. *Exerc. 174. Să se arate că suma*

$$9\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)-24\left(a+\frac{1}{a}\right)+34$$

este un patrat perfect.

GH. B.

$$y=a+\frac{1}{a} \qquad (1)$$

$$\therefore\ y^2=a^2+\frac{1}{a^2}+2$$

$$\therefore\ y^2-2=a^2+\frac{1}{a^2}\cdot \qquad (2)$$

Ţinând seamă de (1) şi (2) suma dată devine

$$9y^2-24y+16=(3y-4)^2.$$

IV. 175. Pe muchiile SA, SB, SC, SD, *ale unei piramide cu baza un patrat* ABCD *se iau punctele* A′, B′, C′, D′ *aşa că:*

$$\overline{SA'}=\overline{BB'}=\overline{SC'}=\overline{DD'}=\tfrac{1}{3}\overline{SA}.$$

Ştiind că $\overline{AB}=a$ *şi că* A″, B″, C″, D″ *sunt mijloacele segmentelor* $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'A'}$ *să se afle aria* (A″ B″ C″ D″).

H. P. I.

74321

Dreptele A″B″ ; C″D″ şi B″C″ ; D″A″ sunt paralele respectiv cu A′C′ şi B′D′. Apoi

$$\overline{A'B'} = \overline{B'C'} = \overline{C'D'} = \overline{D'A'} \therefore \overline{A''B''} = \overline{B''C''} = \overline{C''D''} = \overline{D''A''} = \frac{1}{2}\overline{A'C'}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{1}{3}\overline{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3}a \therefore \text{aria } (A''B''C''D'') = \frac{a^2}{18} .$$

IV. 177. In planul P *se dă un trapez* ABCD, *în care baza mică* (BC = *a*) *este egală cu înălţimea şi a treia parte din baza mare* AD. *Prin* AD *se duce un plan* P′ *perpendicular pe planul* P *şi se ia în acest plan trapezul* AB′C′D *egal cu trapezul* ABCD. *Să se afle:*

1⁰. *Volumul solidului* ABCDC′B′.

2⁰. *Aria suprafeţei ce mărgineşte acest solid.*

H. P. I.

Dacă B″ şi C″ sunt picioarele perpendicularelor din B şi C pe AD, avem :

$$1^0.\ \text{Vol. } (ABB'B'') + \text{Vol. } (DCC'C'') = \frac{1}{3}a^3 ;$$

$$\text{Vol. } (BB'B''C''C'C) = \frac{1}{2}a^2 . \quad \therefore \text{ Vol. } (ABCDC'B') = \frac{5}{6}a^3 .$$

$$2^0.\ \text{Aria } (ABCD) + \text{Aria } (AB'C'D) = 4a^2 ;$$

$$\text{Aria } (ABB') + \text{Aria } (CDC') = \frac{\sqrt{6}}{2}a^2 \qquad \text{Aria } (BB'C'C) = \sqrt{2}\,a^2 .$$

$$\therefore \text{ Aria } (ABCDC'B') = \frac{1}{2}(8 + 2\sqrt{2} + \sqrt{6})\,a^2 .$$

IV. 178. In cazul aceleeaşi probleme (IV — 177) să se afle aria secţiunei ce se obţine tăind solidul ABCDC′D′ *cu un plan ce trece prin punctul* B′ *şi dreapta* CD.

H. P. I.

Triunghiul B′CD este dreptunghic în C, căci $\overline{AB} \# \overline{B''C}$; $\overline{DC} \# \overline{BC}$; iar $\overline{B'C}$ şi $\overline{B''C}$ sunt în acelaş plan.

$$\text{Aria } (B'CD) = \frac{1}{2}\overline{DC} \times \overline{B'C} = \frac{\sqrt{6}}{2}a^2 .$$

Clasa V-a. *Exerc. 197. Printr'un punct în plan se duc patru cercuri egale, celelalte puncte de intersecție ale lor sunt mijloacele laturilor și diagonalelor unui patrulater inscriptibil.*

A. G.

Fie O punctul în plan și *a, b, c, d, e, f* celelalte puncte de intersecție ale cercurilor egale respectiv (A) cu (B) ; (B) cu (C) ; (C) cu (D) ; (D) cu (A) ; (B) cu (D) ; (C) cu (A).

Perpendiculara în *a* pe O*a* limitată de cercurile (A) și (B) în A și B e împărțită de *a* în două părți egale. Analog cu *b* obținem punctele B′ și C; cu *c,* punctele C′ și D; cu *d,* punctele D′ și A′; cu *e,* punctele B″ și D″; cu *f,* punctele C″ și A″. Observăm că OA, OB; OB′, OC;... sunt diametre în cercurile egale (A), (B), (C),... Rezultă că punctele A, A′, A″ se confundă în A; B, B′, B″ se confundă în B, etc. Deci se formează patrulaterul ABCD satisfăcând enunțului, înscris într'un cerc cu centrul O.

V. 198. Fie AH *înălțimea triunghiului* BAC *dreptunghic în* A *și* D *simetricul lui* H *față de mijlocul lui* $\overline{BC}$. *Să se demonstreze că dacă* E *și* F *sunt proiecțiunile lui* D *pe* AC *și* AB, *atunci:*

$$\overline{BC} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{DF} = \overline{AH}^3 .$$

GH. B.

Din felul cum e construit D rezultă

(1) $$\overline{BD} = \overline{HC} \quad \text{și} \quad \overline{HB} = \overline{DC} .$$

Triunghiurile asemeni DEC, BAC dau

(2) $$DE = \frac{DC \times AB}{BC} .$$

La fel DEB și CAB

(3) $$DF = \frac{DB \times AC}{BC} .$$

Din (2) și (3) se scoate

$$\overline{BC} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{DF} = DC \cdot DB \cdot \frac{AB \cdot AC}{BC} .$$

74321

Ţinând seamă de (1), de

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{HC} = \overline{BD} \cdot \overline{DC}$$

şi de

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

se deduce

$$\overline{BC} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{DF} = \overline{AH}^3.$$

V. 203. Pe una din bazele AB *sau* DC *ale unui trapez* ABCD *să se găsească punctele* P *care au proprietatea că cercurile de diametru* $\overline{PC}$ *sau* $\overline{PD}$, *trec prin intersecţia dreptelor neparalele* AD şi BC.

H. P. I.

Dacă I este intersecţia laturelor neparalele, perpendicularele ridicate din I pe AD şi BC intersectează pe AB şi BC în punctele căutate.

V. 206. Se dă trapezul isoscel ABCD *cu baza mare* AD, *baza mică* BC *şi* BC = AB = CD. *Din punctul de intersecţie al diagonalelor* AC *şi* BD *ca centru, se descrie un cerc ce trece prin* B *şi taie pe* AD *în* A′ *şi* D′. *Să se arate:*

1°. $BA' \perp AC$; $CD' \perp BD$.

2°. *mijloacele laturilor* AB *şi* CD *şi punctele de intersecţie dintre dreptele* BA′ *şi* AC ; CD′ *şi* BD *sunt în linie dreaptă.*

H. P. I.

1°. Dacă I este intersecţia diagonalelor, BI = IA′ ; diagonala AC este bisectoarea unghiului din A, deci

$$BA' \perp AC \text{ ; analog } CD' \perp BD.$$

2°. Ultimele două puncte fiind mijloacele diagonalelor; punctele date sunt colineare.

V. 213. Să notăm numărătorul primei fracţii cu M şi pe al fracţiei a doua cu N. Din relaţia de condiţie scoatem:

$$\beta\gamma = -\frac{a(b'-c')+b(c'-a')+c(a'-b')}{bc'-cb'}$$

care introdus în M ne dă:

$$M = \frac{-b'c'(\beta b - \gamma c)[a(b'-c')+b(c'-a')+c(a'-b')]+(bc'-cb')[\beta bb'(c'-a')+\gamma cc'(a'-b')]}{bc'-cb'}$$

sau:

$$(bc'-cb')M = \beta bb'[-c'a(b'-c')-c'b(c'-a')-c'c(a'-b')+c'b(c'-a')-cb'(c'-a')]$$

$$+\gamma cc'[b'a(b'-c')+bb'(c'-a')+b'c(a'-b')-b'c(a'-b')+bc'(a'-b'$$

$$=\beta bb'[-c'a(b'-c')+ca'(b'-c')]+\gamma cc'[b'a(b'-c')-ba'(b'-c')$$

$$=(b'-c')[\beta bb'(a'c-c'a)+\gamma cc'(b'a-a'b)].$$

Rezultă:

$$\frac{M}{b'-c'} = \frac{\beta bb'(a'c-c'a)+\gamma cc'(b'a-a'b)}{bc'-cb'}.$$

In această expresie dacă schimbăm rolul lui a, b, c cu a', b', c' şi invers obţinem pe $\frac{N}{b-c}$. Se observă că făcând această schimbare expresia rămâne aceeaşi, deci:

$$\frac{M}{b'-c'} = \frac{N}{b-c}. \qquad \text{q. e. d.}$$

G. D. S.

Clasa VII-a. *Exerc. 158. Să se rezolve ecuaţia:*

$$\text{arc sin } x = \sqrt{10-2\sqrt{5}} \qquad \text{GH. B.}$$

Efectuând calculul se găseşte ecuaţia

$$\text{arc sin } x = 2{,}35.$$

Dacă raza cercului este 1, regula de trei arată că arcul u a cărui lungime este 2,35 este dat de

$$u = \frac{360 \times 2{,}35}{2 \times 3{,}14} = 135^0\ 34'\ 36''\ldots$$

şi atunci ecuaţia dată devine

$$x = \sin\ [135^0\ 34'\ 36''\ldots] = \sin\ (44^0\ 25'\ 24'')$$

căci

$$\sin \alpha = \sin\ (\pi - \alpha).$$

Căutăm în tabla de logaritmi şi găsim

$$\log\ x = \bar{1},84513$$

$$\therefore\ x = 0{,}7.$$

T. C. 22. Fie a, b, c razele celor trei sfere date, fiecare se vede subt acelaşi unghiu solid conic (măsurat prin secţiunea sa plană prin vârf cu unghiul $2w$) din punctele unor sfere concentrice de raze respectiv $\frac{a}{\sin\omega}$, $\frac{b}{\sin\omega}$, $\frac{c}{\sin\omega}$. Deci problema revine la a studia intersecţie acestor trei sfere. In general două sfere se taie după un cerc, iar a treia taie acest cerc în general în 2 puncte (căci planul cercului taie sfera după un cerc). Deci sunt 2 puncte în general din care trei sfere se văd subt un acelaşi unghiu dat. Aceste puncte sunt simetrice faţă de planul centrelor sferelor date şi situate pe axul radical al sferelor de vedere subt acelaşi unghiu deduse.

Dacă α, β, γ sunt distanţele centrelor sferelor date atunci trebue să avem:

$$a+b>\gamma\sin\omega\,,\quad b+c>\alpha\sin\omega\,,\quad c+a>\beta\sin\omega$$

pentu ca aceste două puncte să existe.

Sunt mai multe cazuri când se găseşte un singur punct care să satisfacă enunţului. A. G.

Până la 10 Decemvrie s'au primit soluţii bune pentru exerciţiile publicate în numerele 1, 2 şi 3 dela [1]):

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Enescu Ana (V: 223, 36), Steflea I. Anca (IV: 182, 92, 3, 8, 211). — *Clasa V-a:* Păunescu D. Elena (V: 211, 5, 24*). — *Clasa VII-a:* Romaşcan G. Georgeta (VII: 186, 94, 6*, 200, 2, 4, 6), Stănescu Virginia (VII: 180, 3, 200, 5, T. c.: 40), Trofin Aurora (VII: 180, 3, 200). — *Clasa VIII-a:* Marinescu D. Maria (VIII: 124).

Liceul de fete „Carmen Silva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Vasiliu C. Margareta (IV: 193, 6, 208). — *Clasa V-a:* L. Mioara (V: 236). — *Clasa VII-a:* Askenasy Margareta (VII: 180, 3), Braghină Justina (VII: 180, 3). — *Clasa VIII-a:* Marinescu D. Maria (VIII 117*, 8, 25, 7*, T. c.: 28, 9, 30), Petrov E. Elena (VIII: 125*, 7*, 34, T. c.: 2 9, 30), Ştefănescu I. Steliana (VIII: 122), Teodorescu A. Cornelia (VIII 118, 22, 5*, T. c. : 28, 30).

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Institutul de fete Pompilian București.

Clasa IV-a: Marinescu Șt. Florica Rodica (VI: 182, 90), Teodorescu Cr. Ștefania (IV: 182). — *Clasa VII-a:* Bercovici Rachela Lia (VII: 184, T. c.: 28, 9), Gütter M. Bertha (VII: 183, 4, T. c.: 28), Netzler Joseta (VII: 183, 4, 200, T. c.: 28, 9), Topoleansky G. Eva (VII: 183, 4, 200, T. c.: 28, 9).

Liceul de fete „Domnița Ileana" București.

Clasa VI-a: Cătulescu D. Angela (VI: 194, 202, 6), Crăciun A. Aurelia (VI: 190, 4, 201, 2, 6), Ellmann A. Luiza (VI: 192, 4, 206), Ionescu C. Mariana (VI: 187).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu" București.

Clasa IV-a: Ioniță Maria (IV: 183), Vasiliu M. (IV: 183, 204, T. c.: 28, 9). — *Clasa V-a:* Buzescu P. Claudia Georgetta (V: 208, 9, 11, 2, 5, 7, 8).

Liceul de fete „Regina Maria" București.

Clasa V-a: Șerbănescu Viorica (V: 211, 2, 9, 20, 1, 3, 4, 9 34, 6

Externatul ortodox „Zoe Romniceanu" București.

Clasa VII-a: Buricovici Clarisse (VII: 180, 3, 4).

Institutul de fete „Avântul Cultural" București.

Clasa IV-a: Costache C. Lucia (IV: 182, 92, 8).

Liceul de fete Bacău.

Clasa V-a: Papadopol Elena (V: 220).

Liceul „Principesa Elena" Brașov.

Clasa V-a: Istrate I. Ileana (V: 220).

Liceul de fete Caracal.

Clasa VII-a: Musceleanu Ileana (VII: 179, 80, 4).

Liceul de fete „Oltea Doamna" Cernăuți.

Clasa VI-a: Boechis A. Ana (VII: 178, 9, 80, 3), Ceaușanski S. Paula (VII: 178, 9, 80, 3).

Liceul de fete „M. Kogălniceanu" Galați.

Clasa VIII-a: Grigoriu Aurora (VIII: 125, 34).

Institutul de fete „Notre Dame de Sion" Galați.

Clasa VIII-a: Kreisberg I. Retty (VIII: 121, 2).

Liceul „Gh. Lazăr" București.

Clasa IV-a: Krauz R. (IV: 198). — *Clasa V-a:* Arești eanu O. H. (V: 223, 36). — *Clasa VII-a:* Aderca F. M. (VII: 200, T. c.: 30), Decuseară E. N. (VII: 181, 9, 91), Drouhet Ed. (VII: 181, 9, 91, 2, 3, 200), Gaston H. F. (VII: 181, 9, 91, 2, 3, 200), Herbstein A. (VII: 181, 9, 92, 3), Popescu A. M. (VII: 183, 9, 92). — *Clasa VIII-a:* Ballan A. L. (VIII: 117, 8, 22, 3, T. c. 21), Begu I. Șt. (VIII: 117, 9, 27, 30, 3, 4, T. c.: 25, 8, 30, 1), Iordache I. C. (VIII: 117, 25, 7).

Liceul de băeţi „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Constantinopol I. T. (VI: 192, 6, 8, 9, 201, 2*, VIII: 122), Georgescu N. C. (VI: 192, 4, 201, 2, 6, VIII: 122), Horvat I. S. (VI: 190, 2, 202, VIII: 122, T. c.: 21, 41), Ilbe C. E. (VI: 192, 201), Ionescu C. V. (VI: 192, 4, 206), Mantz D. M. (VI: 194, 206), Rădulescu A. (VI: 192, 201), Răduţ M. (VI: 192, 4, 206), Sârbu I. A. (VI: 194, 201), Stoicescu E. C. (VI: 192, 4, 8, 9, 201, 2, 6, VIII: 122), Trifănescu M. E. (VI: 192, 8, 9, 201, VIII: 122). — *Clasa VIII-a:* Buzescu P. A. V. (VIII: 116, 21, 2, T. c.: 18, 20, 4).

Liceul „Mihaiu Viteazu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Constantinescu V. C. (VI: 205, 6, T. c.: 28), Ionescu Şt. (VI: 197, 202). — *Clasa VII-a:* Enciulescu G. I. (VII: 183, 200), Landesman H. I. (VI: 178, 9, VII: 180, 1), Mohr E. G. (VII: 180, 6, 200), Raucii L. I. (VII: 183, VIII: 122), Zamfirescu T. D. (VII: 205). — *Clasa VIII-a:* Dumitrescu C. (VIII: 117, T. c.: 25).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Cernovodeanu I. I. (VI: 192, 4, 201), Stănculescu M. (VI: 186, 94, 8, 201, 2, T. c: 28, 9). — *Clasa VII-a:* Stănculescu I. (VII: 200, VIII: 122, T. c.: 30).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Ciurescu I. F. (IV: 198, V: 214). — *Clasa VI-a:* Jicmon A. S. (VI: 201, 2). — *Clasa VII-a:* Birenberg H. M. (VII: 191, 2, 200), Ciurescu I. R. (VII: 183, 6, VIII: 129, T. c.: 31).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Stoian R. E. (VI: 201, 6), Voinescu N. N. (VI: 194, 200, 1, 6). — *Clasa VII-a:* Bădulescu D. (VII: 180), Blutştein M. L. (VII: 177 99), Mircescu G. (VII: 200).

Institutul „Schewitz-Thierrin“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Gheorghiu C. C. (IV: 187, 93), Kleemann A. (IV: 182, 3, T. c.: 28). — *Clasa VI-a:* Drăguşanu I. C. (VI: 190, 202).

Liceul „Profesorii Asociaţi“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Şerbănescu C. N. (VI: 188, 90, 4, 7, 201).

Seminarul Pedagogic Universitar „Titu Maiorescu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Bodnărescu M. H. (VI: 186, 7, 90, 2, 7, VIII: 118, 80).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Michelson I. L. (VI: 200, 2, 6). — *Clasa VII-a:* Zamfirescu D. (VII: 200).

Liceul „Sf. Iosif“ București.

Clasa VII-a: Popescu-Zorica N. A. (VII: 180, 4).

Liceul „Libros“ București.

Clasa VI-a: Segal J. (VI: 201, 2).

Liceul „Principele Carol“ București.

Clasa VII-a: Teodorescu I. N. (VII: 183, 200).

Liceul „Mihai Viteazu“ Alba Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu-Stabu A. M. (V: 202, 11*, 4, 6, 20, 1, 2, 8, 9*, 30, VI: 196, 8, 200, 4, 5, VII: 116, 83, 9, 190*, 1, 2, 3, 4*, VIII: 129, 34, T. c.: 25, 8, 9, 30).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa V-a: Mihăileanu I. C. (V: 215).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa V-a: Bocăneală V. (T. c.: 29), Micu V. P. (V: 216, 20, 36, T. c.: 28), Munteanu G. V. (V: 202), Pârvu A. (T. c.: 28, 9). — *Clasa VII-a:* Karmanski St. (VII: 180, 3), Resler V. (VII: 183).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa VI-a: Gâlea St. C. (VI: 188, 90, 6, 200, 2). — *Clasa VII-a:* Ciocoiu A. A. (VII: 185, 96, 9, 200, 5).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuș.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI: 199, 200, 1, 2*, 8, VII: 180, 92, T. c.: 26, 7, 30), Pintea M. (VI: 190, 2, 8, 202, T. c.: 27, 30).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa VI-a: Hermann I. C. (VI: 196, VIII: 122, T. c.: 28).

Liceul „T. Lauriaṅ“ Botoșani.

Clasa VI-a: Ciomaga I. (VI: 192), Mazilu M. (VI: 192).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Bădilă S. (V: 215), Dumitriu A. A. (V: 215), Filipescu A. A. (V: 215), Militaru P. A. (V: 215), Nicolau V. E. (V: 220, 1, T. c.: 26, 8, 30), Rotenberg S. H. (V: 221, 3, 4, 9), Trefilov M. (V: 222, 30, 6, VI: 198, 200, 9, T. c.: 28). — *Clasa VI-a:* Blebea G. N. (VI: 198, 9, 200, 1), Bucurenciu S. A. (VI: 187, 91, 8, 200, 1, 2, 5, 6), Coadă P. (VI: 187, 92), Constantinescu I. N. (VI: 187, 90, 205), Ghinea T. A. (VI: 198, 9, 200, 1), Panaghi N. T. (VI: 187, 91, 8, 9, 200, 1), Păun C. (VI: 201), Protopopescu M. D. (VI: 187, 98, 200, 1, 2, 5, T. c.: 28, 9, 30, 42), Strâmbeanu I. (VI: 198, 9, 200, 1).

Liceul „A. Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Puşcariu I. H. (IV: 182, 3, 98), Şerban D. M. (IV: 182, 3, 203, 4). — *Clasa VI-a:* Cojanu G. A. (VI: 190, 202), Kohn L. N. (VI: 192, 8, 202, 5), Marinescu Il. (VI: 192), Mihăilescu N. M. (VI: 190, 201, 5, VII: 180, VIII: 122, T. c.: 28, 9), Pădăr C. C. (VI: 192, 7, 9, 205), Prişcu R. I. (VI: 202, 5, T. c.: 28).

Liceul „Dr. C. Angelescu“ Cluj.

Clasa IV-a: Rosenberger I. E. (IV: 181, 2, 6, 8, 9, 90).

Liceul „Gh. Barițiu“ Cluj.

Clasa V-a: Bolohan I. (V: 224), Hirsch A. (V: 219, 36). — *Clasa VII-a:* Alban A. E. (VII: 178, 9, 80, 3, 200), Niţescu Gh. (VII: 180, 1, T. c.: 21).

Liceul „N. Gane“ Fălticeni.

Clasa VI-a: Irimescu D. (VI: 202). — *Clasa VII-a:* Teşchievici G. (VII: 183, 200).

Liceul „Unirea“ Focşani.

Clasa VI-a: Turtoiu F. (VI: 187, 202), Zolotovici I. T. D. (VI: 198). — *Clasa VIII-a:* Focşeneanu S. (VIII: 116, 22).

Liceul internat Iaşi.

Clasa V-a: Popa D. M. (VI: 192), Turcu S. (VI: 192). — *Clasa VI-a:* Motaş E. (VI: 192, T. c.: 28). — *Clasa VII-a:* Andonie M. (VII: 192, T. c.: 28). — *Clasa VIII-a:* Matei D. D. (VIII: 118, 25, 33, 4, T. c.: 28, 9, 31, 41).

Liceul „C. Brediceanu“ Lugoj.

Clasa IV-a: Verca C. (IV: 181, 2, 90, 2, 202, 3). — *Clasa V-a:* Gall D. Z. (V: 220, T. c.: 29), Vinţan I. L. (V: 214, 8, 20, VI: 192). — *Clasa VI-a:* Barth C. T. (VI: 186), Ionaşiu D. P. (VI: 196*), Sfercoci T. I. (VI: 187).

Liceul „Tasse Dumitrescu“ Mizil.

Clasa IV-a: Ionescu V. G. (IV: 183). — *Clasa V-a:* Bălănescu I. M. (T. c.: 28), Diaconu A. C. (V: 214, 20, T. c.: 27, 8, 9), Mărăşescu C. C. (V: 214, T. c.: 29), Pavel V. F. (V: 207), Teodorescu T. Gh. (V: 209, 21, T. c.: 27). — *Clasa VI-a:* Botez M. (VI: 187, T. c.: 28, 9), Geambaşu V. T. (VI: 187, 97, T. c.: 27, 8, 9), Popescu M. Al. (T. c.: 27). — *Clasa VII-a:* Marin D. I. (VII: 180, 3), Mihălaşcu P. G. (VII: 180, 3), Popescu D. S. (VII: 183, 92, VIII: 122, T. c.: 28, 9, 30), Ştefănescu M. (VII: 180), Vodarici C. (VII: 180, 3, 92, 4, VIII: 122, T. c.: 28, 9).

Liceul „Radu Greceanu“ Slatina.

Clasa VI-a: Hortopan G. G. (VI: 190, 201, 2).

Liceul „D. A. Sturza“ Tecuci.

Clasa IV-a: Andronie St. I. (IV: 201), Sbârnea D. G. (IV: 181, 192, 3, 208).

Liceul „Tudor Vladimirescu“ Tg.-Jiu.

Clasa V-a: Pănoiu A. I. (V: 212).

Liceul „Piarist“ Timişoara.

Clasa VII-a: Wittenberger L. R. (VII: 183).

Liceul „Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: Bakonye C. (IV: 203, 4), Boleanţu L. (IV: 182), Facskó G. (IV: 207), Frunză V. A. (IV: 180, 6, T. c.: 21, 8, 9), Mannheim G. A. (IV: 182, 96), Teleguţ M. (IV: 198). — *Clasa V-a:* Cândea A. R. (V: 211, 4, 9, 20, 1, 9). — *Clasa VII-a:* Kiss I. A. (VII: 192, T. c.: 26, 9, 30), Laurian N. (VII: 191, 2, 3). — *Clasa VIII-a:* Kornis E. (VIII: 116, 8, 22, 5, 7, 8, T. c.: 20).

Liceul „Traian“ Turnu Severin.

Clasa IV-a: Bejan Al. (IV: 182, 8, 90), Birău G. I. (IV: 198), Caneniţă I. I. (IV: 183, 98), Glogojeanu I. M. (IV: 181, 2, 92, 8, 203, 4, T. c.: 28), Gomoiu G. A. (IV: 182, 98), Morărel G. G. (IV: 193). — *Clasa V-a:* Căpraru C. A. (V: 215), Paulini R. (V: 212*, 5), Strechescu G. C. (V: 212*, 5). — *Clasa VI-a:* Modâlcă E. (VI: 198, 203*, 5, T. c.: 30), Tudora M. (VI: 198). — *Clasa VII-a:* Motreanu I. (VII: 178, 9, 80), Predescu I. N. (VII: 192, 200, T. c.: 28).

Elevii particulari.

Clasa V-a: Bursaşiu T.-Sălişte (V: 221, 4). — *Clasa VII-a:* Boisnard M. L. (VII: 178, 9, 89, 90, 1, 2, 3, 4, 5, VIII: 118, 22, T. c.: 28, 30.

Liceul militar „Nicolae Filipescu“ Mânăstirea Dealu Târgovişte.

Clasa IV-a: Popescu C. (T. c.: 21, 8), Ştefan V. (IV: 199). — *Clasa V-a:* Anastasiu M. M. (V: 190, 201, 15, 23, VII: 192, 3, 7, T. c.: 26, 7, 8, 9, 30), Andrievici N. (V: 234, 6, 40, VI: 201, T. c.: 41), Bogza G. A. (T. c.: 28), Buznea D. D. (V: 200, 158, 35, VI: 190), Cernat C. (V: 208, 11, 4, 5, 7), Ciutac B. Şt. (V: 225, VII: 192), Deciulescu D. G. (V: 211, 5, 6, 7, 23, VII: 193, 200), Diaconescu M. (V: 221, VI: 201, VII: 192, VIII: 122), Dumitrescu A. G. (V: 209, 11, 4, 5, 6, 7), Georgescu V. C. (V: 215, VI: 198, 9, 201, VII: 192, VIII: 129, T. c.: 26, 7, 8, 9, 30), Georgescu S. E. (V: 211, 21, VII: 180, T. c.: 29), Gheorghiu S. Gh. (V: 208, 9, 14, 5, 25, T. c.: 29, 30), Heroiu N. Sp. (V: 211, 5*, 6*, 7, 23, T. c.: 29, 30), Horga L. (VII: 180, T. c.: 27), Jipescu N. N. (V: 209, 14, 23, VI: 192, VII: 180, T. c.: 29), Marinescu Gh. (V: 214, 5, 6, 27), Niculescu I. M. (V: 214, 5, T. c.: 29), Popescu C. L. (V: 211, 21, VII: 192, T. c.: 27, 8, 9), Popescu M. (T. c.: 28, 9), Rădulescu G. N. (V: 209, VI: 190, T. c.: 29), Roboiu G. N. (V: 211, 4, 7, VI: 190, 2), Staicu I. N. (V: 211, 4, 5, 6, 21, 3, VI: 190, 2, 7, 9, 201, 2, VII: 180, 92, VIII: 122, T. c.: 27, 9, 30), Stoenescu D. M. (V:

215, 6, 20, 3, 6, VI : 190, 2, 7, T. c.: 26, 8, 9, 30), TĂNĂSESCU N. N. (V : 215, T. c.: 30), TEODORESCU D. (V : 215, 6, VI : 201, VII : 201, T. c.: 26, 7, 8). — *Clasa VI-a :* CRISTIAN I. D. (VI : 187, 202, 5), CRISTOCEA N. (T. c.: 27, 8, 9), DANIEL T. C. (VI : 199), FLORESCU D. G. (VI : 187, 8*, 190, 2, 8, 9, 205, VII : 180, T. c.: 21, 29), FLORESCU L. V. (VII : 198, 201, 2, 5, VII : 181, 9, 92, 3, VIII : 117, 29, T. c.: 21, 8, 9), ION I. (VII : 182), MANOLESCU P. N. (VI : 198, 9, 200, 1, 2, 8), NICOLAESCU I. S. (VI : 199, 200, 1, 2), PASCU V. H. (VI : 187, 98, 9, 200, 1, 2, 5, 8, T. c. : 27, 8, 9, 30, 1), POPESCU S. (VI : 187), RĂDULESCU G. O. (VI : 200, 1, 2, 3*, 5, VII : 189, 90, 2, 3, VIII : 129, T. c.: 28, 9, 30), STOICA V. V. (VI : 187, 99, 200, 2, 5, T. c.: 29, 30, 1), VLĂDOIANU R. G. (VI : 186, 7, 98, 9, 201*, 2, 5, VII : 189, 92, 3, VIII : 122, T. c.: 28, 9, 30, 1). — *Clasa VII-a :* BELLOIU B. D. (VII : 181, 9, 90, 1, 5, 9, 200, T. c.: 30), BUICULESCU C. R. (VII : 184, 90, 3, 200, 31, T. c.: 29), CERCEL N. C. (VII : 180, 9, 92, 3, VIII : 122, T. c. : 29), COSMA C. C. (VII : 190, 1, 3, 9, 205, VIII : 133, T. c.: 21, 8, 30, 41), CRACEA GH. (VII : 189, 91, 2, 3, T. c.: 27, 8, 9, 30, GHIMBĂŞANU N. (T. c.: 28, 9, 30), GUŢULESCU N. A. (VII : 193), ION C. P. (T. c.: 27, 8), LUCA I. D. (VII : 180, 1, 9, 90, 2, 3, 205), NEGULESCU D. ST. (VII : 183*, T. c.: 25, 9), NICULESCU C. (T. c.: 28), PETRESCU B. (VII : 191, 9*, 200, VIII : 122), STĂNESCU S. (VII : 189, 92), ŞTEFĂNESCU D. N. (VII : 191, T. c.: 21, 5*, 8), TATOMIR G. (VII : 193, 9, T. c.: 25).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa V-a : BADEA M. I. (V : 211, 2, 21), BĂDESUC F. C. (V : 209, 11, 2, 5, 6, 21, 3), BRATAN M. (V : 209, 16), BUCUR N. (V : 212), CEGIN I. A. (V : 211), CIOBANU I. V. (V : 211, 2, 21, 3), CONSTANTINESCU C. GH. (V : 209, 12), MACOVESCU G. A. (V : 211), NAUM B. (V : 221), PANTELIMON I. C. (V : 211), POPESCU I. G. (V : 211, 2, 5), PRIBOIANU D. (V : 215, 21), PRUNESCU C. I. (V : 211, 5), ŞURLESCU P. A. (V : 211, 5, 21, 3). — *Clasa VII-a :* BOIAN D. E. (VII : 178, 9, 80, 92, 3), CIOC I. D. (VI : 180, 1, 3, 9, 90, 1, 2, 4*, 5*, T. c.: 20, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 30, 1*). — *Clasa VIII-a :* BAZAC I. D. (VIII : 118), BICĂ I. P. (VIII : 118).

Liceul militar „General Macarovici" Iaşi.

Clasa V-a : CÂRDEI D. GH. (V : 186, 215, 8, VI : 201, VII : 192), IMBRU I. (V : 211, 4, 5, 9, 29, VII : 192), PANTELIMON V. C. (V : 210, 1, 2, 5, 8, 29, VI : 190, 2, 6, 201, VII : 192), PETRESCU A. (V : 215, 8, 27, 9, 31, 2, 6), POPA D. M. (V : 209, 11, 4, 5, 8, 24, 9, 31, 2, 6, VI : 190, 6, 201, VII : 192), TRUFIN T. (V : 232), TURCU R. S. (V : 211, 4, 5, 8, 29, 31, 2, VII : 192). — *Clasa VII-a :* IONESCU M. C. (VII : 177, 80, 95).

Liceul militar „Mihaiu Viteazu" Târgu Mureş.

Clasa IV-a : MĂINESCU I. I. (IV : 196, 8, VII : 180, T. c.: 29), VASILESCU C. D. (IV : 182, 3). — *Clasa V-a :* ANGELESCU T. (V : 216), MINGEA M. (VI : 192). — *Clasa VI-a :* IACOB ŞTEFAN (VI : 199), PASĂRE A. E. (VI : 187, 93), TĂTARU N. N. (VI : 187, 98, 200, 1, 5, 8, 9, T. c.: 27, 9). — *Clasa VII-a :* DRĂGULESCU G. G. (VII : 190, 2), HORTOPAN G. G. (VII : 183, 9, 92, T. c.: 28, 9), HUREZEANU C. (VIII : 183, 90), MATEI D. V. (VII : 183, 90, 2), NICULESCU A. A. (VII : 190).

Liceul militar „Ferdinand I“ Chișinău.

Clasa V-a: Borcea D. A. (V : 215, 6), Răducanu C. M. (V : 215), Toma I. V. (V : 215). — *Clasa VI-a:* Burghele C. (VI : 190), Crețu N. R. (VI : 187, 90, 7), Pântescu C. (VII : 192), Soroceanu L. C. (VI : 190, 7, VII : 192). — *Clasa VII-a:* Atanasiu A. B. (VII : 192, 3), Constantinescu St. (VII : 180, 90, 2), Cohn N. V. (VII : 180, 9, 92), Cuhos V. (VII : 190), Mihăilescu D. C. (VII : 189, 90, 2, 3), Pădureț V. (VII : 189, 92, 3, T. c. : 30), Roman R. N. (VII : 180, 9, 92, 3), Simion I. (VII : 189, 90, 2, 3).

Liceul militar „Ștefan cel Mare“ Cernăuți.

Clasa V-a: Botez Tr. (V : 215), Cernușcă N. (V. 215), Cismigiu I. M. (V : 215), Cotulbea C. (V : 215), Dorgan V. G. (V : 215), Dumitrescu M. T. (V : 215), Gheorghiu L. (V : 215), Ianculescu I. A. (V : 215), Ignat M. (V : 215), Ionescu D. Șt. (V : 215), Melinte V. I. (V. 215), Mihăilescu G. P. (V : 215), Paicu G. M. (V : 215), Paraipan N. C. (V : 215), Tutoveanu R. A. (V : 215).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Aprilie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 212.* Să se calculeze:

$$E \equiv \frac{x+b}{x+a} + \frac{x-a}{x-b} - \frac{2x^2}{x^2-(a-b)x-ab}.$$

C. I. B.

IV. 213. Să se verifice identitatea:

$$(x+y+z-3)(3x+5y+7z+5)+(x-3y+z+1)(7x+5y+3z+5)$$
$$\equiv(3x-y-z-1)(5x+3y+5z+7)+(-x-y+3z-1)(5x+7y+5z+3).$$

H. P. I.

IV. 214. Fie dreptele D_1 , D_2 și punctul O. Planul determinat de O și D_1 taie pe D_2 în O_2 și planul (O , D_2) taie pe D_1 în O_1. Punctele O , O_1 și O_2 sunt în linie dreaptă.

N. M.

IV. 215. Să se descompună în produs de doi factori polinoamele următoare :

$1^0.$ $\quad +4a^4+24a^2b^2+36b^4+x^4+12b^2x^2$

$2^0.$ $\quad +4a^4-24a^2b^2+36b^4+x^4-12b^2x^2$

$3^0.$ $\quad +a^4+2a^2b^2+b^4+4x^4+4a^2x^2$

$4^0.$ $\quad +9a^4+18a^2b^2+9b^4+x^4+6b^2x^2+2a^2x^2$,

punându-le mai întâi subt forma diferenţii de două pătrate.

O. N. Ţ.

IV. 216. Să se descompună în produs de doi factori cu coeficienţi întregi, expresiunea :

$$E \equiv 6 \cdot 561x^4 + 2 \cdot 125 \cdot 764y^4 .$$

O. N. Ţ.

IV. 217. Să se găsească pe calea cea mai scurtă valoarea numerică a expresiunii :

$$E \equiv (+11x-9y)^2+396xy$$

pentru :

$$x = 3663366336633663$$

$$y = 6522552255225512$$

şi să se exprime această valoare numerică cu ajutorul puterilor lui 10.

O. N. Ţ.

IV. 218. Să se demonstreze că dacă avem :

$$x+y=a \quad \text{şi} \quad x.y=b$$

avem şi

$$x^6+y^6=a^6-6a^4b+9a^2b^2-2b^3 .$$

U. M. F.

IV. 219. Să se scrie subt forma unui produs de factori (raţionali) binomul :

$$1-x^{48} .$$

A. A. R.

IV. 220. Să se arate că dacă

$$\frac{ma+nb}{ma-nb} = A,$$

avem :

$$\frac{a}{b} = \frac{n(A+1)}{m(A-1)}.$$

A. A. R.

IV. 221. Un cilindru are periferiile bazelor împărțite în patru părți egale, diviziunile depe cercurile bazelor corespund aceloraşi generatrice. Diviziunile sunt notate cu *1*, *2*, *3*, *4*. Ce depărtare este între diviziunea *1*, depe baza de jos şi diviziunea *2* sau *3* depe baza de sus ?

I. L.

Clasa V-a. *Exerc. 243.* O dreaptă întâlneşte laturile opuse BC, DA ale patratului ABCD în E, F şi diagonala AC în G.

Perpendiculara ridicată în G pe EF taie AB şi CD în H şi I. Să se arate că EFHI este trapez isoscel.

C. I. B.

V. 244. Se dă un cerc având centrul în O. Din punctul A, situat pe cerc, se duc: un diametru AC şi o coardă AB.

Perpendiculara ridicată în O pe AC taie AB în G, iar paralela dusă dreptei AC prin E, mijlocul arcului BC, taie cercul în F. Să se arate că OF împarte segmentul AG în două părți egale.

C. I. B.

V. 245. Să se determine m, n şi p astfel ca:

$$x^6 + mx^4 + nx^2 + p$$

să se dividă cu $x^3 + mx^2 + nx + p$ şi să se determine câtul în acest caz.

A. G.

V. 246. Să se arate că expresiunea:

$$E \equiv \frac{\dfrac{a}{a-b} + \dfrac{b}{a+b}}{\dfrac{a+b}{a-b}}$$

este mai mică decât *1*, dacă $a > b$.

I. L.

V. 247. Să se rezolve sistemul:

$$\left|\begin{array}{l} a^2x + ay = b - c \\ 4bx + 2ay = 4b - 4c - a^2 \end{array}\right.$$

şi să se arate că expresiunea $y^2 - 4cx$ este un patrat perfect.

G. D. S.

V. 248. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\frac{a}{a + \dfrac{a}{a + \dfrac{a}{x}}} = \frac{b}{b - \dfrac{b}{b - \dfrac{b}{x}}}.$$

Să se verifice soluţiunea. N. M.

V. 249. Să se rezolve sistemul:

$$a + \frac{b}{x} = b + \frac{a}{y} \; ; \; a + \frac{b}{y} = b + \frac{a}{x} \; ; \; x + y = 2xy.$$

N. M.

V. 250. Fie M, N mijloacele laturilor AB, CD ale trapezului ABCD, în care laturile neparalele sunt AD şi BC.

Dacă P şi Q sunt proiecţiunile lui M şi N pe CD şi AB, să se demonstreze relaţiunea:

$$\frac{\overline{MP}}{\overline{NQ}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{CD}}.$$

GH. B.

V. 251. Fie M un punct mobil pe baza BC a triunghiului isoscel ABC. Perpendiculara în M pe BC întâlneşte laturile AB şi AC în C' şi B'; iar paralelele duse din C', B' la AC şi AB se întâlnesc în D. Să se demonstreze că punctul D descrie o linie dreaptă, când M se mişcă pe BC.

GH. B.

V. 252. Fiind dat un patrat ABCD de latură a şi două puncte M şi P situate respectiv pe laturile AB şi BC, se cere relaţiunea ce trebue să existe între segmentele MB şi PB pentru ca triunghiul DMP să fie dreptunghic în M.

H. P. I.

V. 253. Să se rezolve sistemul de ecuaţiuni:

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= 59 \\ 3x + 5y + 7z &= 101 \\ -5x + 9y - z &= 17 \\ -6x + 12y - 2z &= 24 \\ +121x + 101y - 99z &= 1081. \end{aligned}$$

O. N. Ţ.

V. 254. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} x - y^2 + z^3 &= 6 \\ 2x + y^2 - 3z^3 &= -1 \\ 3x - 2y^2 + z^3 &= 11. \end{aligned}$$

U. M. F.

Clasa VI-a. *Exerc. 222.* Se dau valorile:

$$\sin a = \frac{1}{3}, \quad \sin b = \frac{3}{5}, \quad \sin c = \frac{5}{7}.$$

Să se calculeze $\operatorname{tg}(a + b + c)$.

U. M. F.

VI. 223. Fiind dat $\sin 2a = m$, să se calculeze $\sin 3a$ în funcţiune de m.

U. M. F.

VI. 224. Să se verifice egalitatea:

$$\frac{\sqrt{3} - \operatorname{tg} 5^0}{1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} 5^0} = \frac{4 \cos 55^0 + \sqrt{6} - \sqrt{2}}{4 \sin 55^0 + \sqrt{6} + \sqrt{2}}.$$

H. P. I.

VI. 225. Să se arate că:

$$2^5 \cdot (\cos^6 9^0 + \sin^6 9^0) = 23 + 3\sqrt{5}.$$

N. M.

VI. 226. Se consideră două drepte D_1 şi D_2. Să se afle locul geometric al punctelor care se proiectează într'un punct dat O_1 pe D_1 şi în O_2 pe D_2.

Să se examineze cazul particular, când $O_1 O_2$ este perpendiculara comună celor două drepte D_1 şi D_2.

N. M.

VI. 227. Să se rezolve ecuațiunea:

$$\sin 3x + \cos 2x + \sin x + 1 = 0.$$

G. D. S.

VI. 228. Să se verifice identitatea:

$$\sin(a+b)\sin(a-b) + \cos 2a \sin^2 b - \sin^2 a \cos 2b = 0.$$

C. I. B.

VI. 229. Să se pună sub forma unui pătrat expresiunea:

$$E \equiv \frac{\sin x \operatorname{cosec} x + \cos x \sec x + \sec x \operatorname{cosec} x}{\sec x \,.\, \operatorname{cosec} x}$$

I. L.

VI. 230. Dacă $A+B+C = 360^0$, avem egalitatea:

$$(\sin A \pm \sin B \pm \sin C)(1 + \cos A \pm \cos B \pm \cos C) + 2\sin A \sin B \sin C = 0.$$

C. I. Ț.

VI. 231. Dacă $A+B+C = 180^0$, avem relațiunile:

a) $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{\cos B + \cos C}{\sin B + \sin C} = \frac{\sin C - \sin B}{\cos B - \cos C}$. Aplicație $\begin{cases} B = C \text{ și} \\ B = 90^0 + C. \end{cases}$

b) $\operatorname{tg} A = \frac{m \sin A - \sin 2B - \sin 2C}{m \cos A + \cos 2B + \cos 2C}$ ori care ar fi m.

Aplicație: $m = 2\cos A$. C. I. Ț.

VI. 232. Să se verifice identitățile:

$$\frac{\operatorname{tg}^3 a + \operatorname{tg}^3 b + 3\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b (\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b)}{\operatorname{cotg}^3 a + \operatorname{cotg}^3 b + 3\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b (\operatorname{cotg} a + \operatorname{cotg} b)} + \frac{\operatorname{tg}^3 a - \operatorname{tg}^3 b - 3\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b (\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)}{\operatorname{cotg}^3 a - \operatorname{cotg}^3 b - 3\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b (\operatorname{cotg} a - \operatorname{cotg} b)} = 0.$$

$$\frac{\operatorname{tg}^4 a + \operatorname{tg}^4 b + 4\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b (\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b) + 6\operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b}{\operatorname{cotg}^4 a + \operatorname{cotg}^4 b + 4\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b (\operatorname{cotg}^2 a + \operatorname{cotg}^2 b) + 6\operatorname{cotg}^2 a \operatorname{cotg}^2 b} - \frac{\operatorname{tg}^4 a + \operatorname{tg}^4 b - 4\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b (\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b) + 6\operatorname{tg}^2 a \operatorname{tg}^2 b}{\operatorname{cotg}^4 a + \operatorname{cotg}^4 b - 4\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b (\operatorname{cotg}^2 a + \operatorname{cotg}^2 b) + 6\operatorname{cotg}^2 a \operatorname{cotg}^2 b} = 0.$$

Generalizare.

O. N. Ț.

VI. 233. Să se verifice identitatea:

$$\sin^3 a + \sin^3 3a = \frac{1}{4}\left[\frac{3\sin^2 2a}{\sin a} - \frac{\sin^2 6a}{\sin 3a}\right].$$

A. A. R.

Clasa VII-a. *Exerc. 206.* Să se stabilească egalitatea:

$$\begin{vmatrix} 0 & \sin 40^0 & \cos 40^0 & \operatorname{tg} 40^0 & \operatorname{cotg} 40^0 \\ \sin 220^0 & 0 & \cos 50^0 & \operatorname{tg} 50^0 & \operatorname{cotg} 50^0 \\ \cos 220^0 & \cos 130^0 & 0 & \operatorname{tg} 60^0 & \operatorname{cotg} 60^0 \\ \operatorname{tg} 140^0 & \operatorname{tg} 130^0 & \operatorname{tg} 120^0 & 0 & \operatorname{cotg} 70^0 \\ \operatorname{cotg} 140^0 & \operatorname{cotg} 130^0 & \operatorname{cotg} 120^0 & \operatorname{cotg} 110^0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

C. I. B.

VII. 207. Să se determine a pentru ca sistemul:

$$2ax + 4y = 1$$
$$x - 3ay = a$$
$$5ax + 2y = 2$$

să fie compatibil.

C. I. B.

VII. 208. Funcțiunea:

$$f(x) \equiv \begin{vmatrix} 1-x & 1-x & 1-x & 1-x \\ x & x^2 & x^3 & 1 \\ x^2 & x^3 & 1 & x \\ x^3 & 1 & x & x^2 \end{vmatrix}$$

este pozitivă, oricare ar fi x real.

H. P. I.

VII. 209. Să se determine parametrii p și q astfel ca sistemul:

$$\begin{aligned} px + y + z + 1 &= 0 \\ x + qy + z + 1 &= 0 \\ 2x + y + z + 2 &= 0 \\ x + y + pz + 1 &= 0 \\ qx + y + z + 2 &= 0 \end{aligned}$$

să fie compatibil și în acest caz să se rezolve.

A. G.

VII. 210. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} C_6^3 x + C_6^4 y + C_6^5 z &= 6 \\ C_7^3 x + C_7^4 y + C_7^5 z &= 7 \\ C_8^3 x + C_8^4 y + C_8^5 z &= 8. \end{aligned}$$

G. D. S.

VII. 211. Să se discute sistemul:

$$\begin{aligned} b(x - a)\sin\varphi &= (b\cos\varphi - a)y \\ a(x - b)\sin\varphi &= (a\cos\varphi - b)y \\ x\sin\varphi &= (1 + \cos\varphi)y. \end{aligned}$$

N. M.

VII. 212. Să se rezolve sistemul de ecuațiuni:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ ax + by + cz &= a \\ a^3x + b^3y + c^3z &= b^3. \end{aligned}$$

Discuțiune.

O. N. Ț.

VII. 213. Să se verifice identitatea :

$$\begin{vmatrix} a & 0 & b & 0 \\ b & a & a & b \\ c & b & c & a \\ 0 & c & 0 & c \end{vmatrix} \equiv c\,(a-b)^2\,(a+b+c).$$

A. A. R.

VII. 214. Să se determine relaţiunea dintre a şi b pentru ca sistemul :

$$\begin{vmatrix} (\lambda - a)\,x + b\,y + (a+b)\,z = 0 \\ a\,x + (\lambda - b)\,y + (a+b)\,z = 0 \\ a\,x + b\,y + (a+b-\lambda)\,z = 0 \\ a^3x + b^3y + \lambda^3 - (a+b)^3z = 0. \end{vmatrix}$$

O. N. Ţ.

VII. 215. Să se verifice identitatea :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & a & b \\ \dfrac{1}{a+b} & \dfrac{1}{a+b} & \dfrac{-1}{a-b} & \dfrac{1}{a-b} \\ \dfrac{a\,(a-b)}{a+b} & \dfrac{-b\,(a-b)}{a+b} & \dfrac{a\,(a+b)}{a-b} & \dfrac{-b\,(a+b)}{a-b} \end{vmatrix} = 0.$$

C. I. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 140.* Să se calculeze :

$$\int_{2a}^{3a} \frac{dx}{6x^3 - 11\,a\,x^2 + 6\,a^2\,x - a^3}.$$

C. I. B.

VIII. 141. Să se rezolve ecuaţiunea :

$$x^4 - 150\,x^2 + \lambda\,x + \mu = 0$$

ştiind că are o rădăcină triplă.

N. M.

VIII. 142. Dacă α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3 sunt numere reale astfel ca:

$$\alpha_1 < \beta_1 < \alpha_2 < \beta_2 < \alpha_3 < \beta_3,$$

ecuațiunea:

$$(x-\beta_1)(x-\beta_2)(x-\beta_3)\Sigma(x-\alpha_2)(x-\alpha_3) - (x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)\Sigma(x-\beta_2)(x-\beta_3) = 0$$

are toate rădăcinile imaginare.

A. G.

VIII. 143. O expresiune de forma $(a+bi)$ reprezentându-se geometricește prin punctul a cărei abscisă este a și ordonata b, să se reprezinte geometricește expresiunea:

$$\sqrt[3]{i},$$

unde $i = \sqrt{-1}$.

A. A. R.

VIII. 144. Să se reprezinte geometricește expresiunea:

$$\frac{i-\lambda}{i+\lambda},$$

ținând seamă de indicațiunea din exercițiul precedent. Să se găsească locul geometric al punctului obținut, când λ variază.

A. A. R.

VIII. 145. Se dă un triunghiu ABC prin vârfurile sale A (a_1, a_2); B (b_1, b_2); C (c_1, c_2). Pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului luăm punctele M_1, M_2, M_3 astfel că

$$\frac{\overline{M_1B}}{\overline{M_1C}} = -\lambda_1; \quad \frac{\overline{M_2C}}{\overline{M_2A}} = -\lambda_2; \quad \frac{\overline{M_3A}}{\overline{M_3B}} = -\lambda_3.$$

Să se găsească relațiunea care leagă parametrii λ_1, λ_2, λ_3 pentru ca perpendicularele M_1M_1'; M_2M_2'; M_3M_3' respectiv pe laturile BC, CA, AB să fie concurente.

O. N. Ț

VIII. 146. Să se arate că pentru $\alpha = 2^n$ avem:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \sin \alpha x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \cos \alpha x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \frac{dx}{1+\cos \alpha x} = \frac{1}{\alpha} .$$

C. I. Ţ.

VIII. 147. Un triunghiu ABC dreptunghic în A are vârful A fix, vârful B descrie un cerc fix de rază *r*, iar ipotenuza e tangentă în B la acest cerc. Se cere locul geometric al vârfului C.

A. G.

Pentru toate clasele. *Exerc. 42.* Dacă N este un număr întreg şi dacă unul din numerele $N(5N \pm 4)$ este patrat perfect, atunci şi N este patrat perfect.

GH. B.

T. C. 43. Să se determine valoarea cifrelor a, b, c din egalitatea

$$43 \times 6a9 = 28bc7,$$

unde $6a9$ şi $28bc7$ sunt numere respectiv de *trei* şi *cinci* cifre.

GH. B.

T. C. 44. Să se găsească două numere impare consecutive ale căror cuburi diferă cu N. Ce valori poate lua N?

Să se dea valorile lui N mai mici ca 1.000.

U. M. F.

T. C. 45. Să se găsească adevărata valoare a expresiunii:

$$E \equiv \frac{\sin x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2\cos x}$$

pentru $x = \frac{\pi}{3}$.

I. L.

T. C. 46. Se se afle limita expresiunii:

$$E \equiv \left(\sec x\right)^{\operatorname{cotg} x} \cdot \left[\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right]^{(-\operatorname{cosec} x)},$$

când x tinde către *zero*.

H. P. I.

T. C. 47. Se dă un triunghiu oarecare şi se cere să se construiască un triunghiu asemenea cu cel dat, având suprafaţa de *6* ori mai mică. C. I. Ţ.

T. C. 48. Ce devin expresiunile:

$E_1 \equiv (1-x)\,a\,m + b\,x$; $E_2 \equiv (1+x)\,a\,n - b\,x$ şi $E_3 \equiv \dfrac{p\,E_1 + q\,E_2}{r\,E_1 + s\,E_2}$

când facem $x = \dfrac{1-y}{1+y}$. Cazuri particulare:

I) $p - q = r - s$; II) $\dfrac{p}{r} = \dfrac{q}{s}$. C. I. Ţ.

T. C. 49. Două plane perpendiculare taie o sferă după cercuri de raze *a* şi *b*. Ştiind că distanţa dreptei de intersecţiune a celor două plane de centrul sferei este *d*, să se afle raza sferei.

A. G.

ERATĂ. La V. 214 factorul $1 - a^2$ se va înlocui cu $1 + a^2$.
La VII. 204. Se va ceti „... *q* sticle...' în loc de „... 9 sticlă...".
La VIII. 121 termenul a^{m+1} se va înlocui cu a^m.

Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului şi se redactează după „Instrucţiunile" publicate în Nr. 1 pag. 24, pentru a fi luate în considerare.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică»

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII ştiinţifică, Ediţia V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediţia III revăzută şi îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu** şi **G. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învăţăminte Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută şi adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste preţuri se vor adăuga taxele poştale pentru expediţie.

Nr 5

BIBLIOTECA CENTRALA
„ASOCIAȚIUNII"
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 5 — 1 FEBRUARIE 1937

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa IV-a. *Exerc. 184. Cu aproximaţia cerută avem:*

$$\pi^2+\frac{1}{\pi^2}-10=-0{,}029\,;\quad \pi+\frac{1}{\pi}-2\sqrt{3}=-0{,}004\,;$$

$$\sqrt{\pi}-\frac{1}{\sqrt{\pi}}-\sqrt{2\sqrt{\sqrt{3}-1}}=-0{,}002,\ \text{deci}\ E=-0{,}035.$$

C. I. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 186.* Ecuaţia se poate scrie:

$$\frac{3x^2-1}{x(x^2-1)}=0 \qquad (1)$$

Valorile $x_{1,2}=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ care anulează numărătorul, sunt şi rădăcini ale ecuaţiunii, deoarece ele nu anulează numitorul, ale cărui rădăcini sunt 0, 1, — 1. Eliminarea numitorului nu se poate face decât cu această observaţie, căci altfel ecuaţia ar putea lua forma nedeterminată $\frac{0}{0}$.

Afară de aceasta scriind ecuaţia (1) sub forma

$$\frac{3-\frac{1}{x^2}}{x\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}=0, \qquad (2)$$

sau chiar sub forma din enunţ, se vede că mai avem soluţiunile $x_{3,4}=\pm\infty$, care fac numitorul infinit, în timp ce numărătorul păstrează o valoare constantă.

Notă. S'au primit peste 150 soluţiuni în care lipsea chiar prima observaţie.

U. M. F.

Clasa VII-a. *Exerc. 168. Se dau în plan* n *puncte astfel că 3 oarecare nu sunt în linie dreaptă iar 4 nu sunt pe un acelaşi cerc. Se întreabă câte cercuri se pot construi trecând, prin câte trei din aceste puncte şi care e numărul maxim al punctelor lor de intersecţie.* A. G.

Sunt C_n^3 cercuri.

Pe fiecare cerc avem următoarele puncte de intersecţie:

a) Câte 2 puncte de intersecţie cu toate cercurile ce se formează cu celelalte puncte rămase excluzând punctele de definire ale cercului considerat, deci total $2\,C_{n-3}^3$.

b) Câte 1 punct de intersecţie cu toate cercurile ce se formează cu câte un punct din punctele de definire ale cercului considerat şi cu câte 2 puncte din celelalte $n-3$ puncte rămase, deci total $3\,C_{n-3}^2$.

Deci total pe fiecare cerc sunt $2\,C_{n-3}^3 + 3\,C_{n-3}^2$ puncte de intersecţie.

Deci numărul maxim al punctelor de intersecţie al celor C_n^3 cercuri, ţinând seama că fiecare punct a fost numărat de două ori, este:

$$\frac{1}{2}\,C_n^3\left(2\,C_{n-3}^3 + 3\,C_{n-3}^2\right).$$

VII. 177. Fie α jumătatea arcului subîntins de latura decagonului regulat convex. Avem:

$$a_{10} = \cos\alpha\,,\quad l_{10} = 2\sin\alpha\,,\quad l'_5 = 2\sin 4\alpha.$$

Relaţia devine:

$$4\sin^2 4\alpha = 16\,(4\sin^2\alpha\cos^2\alpha - 16\sin^4\alpha\cos^4\alpha),$$

sau:

$$\sin^2 2\alpha\cos^2 2\alpha = 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\,(1 - 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha) = \sin^2 2\alpha\,(1 - \sin^2 2\alpha)$$

$$\sin^2 2\alpha\,(1 - \sin^2 2\alpha) = \sin^2 2\alpha\cos^2 2\alpha.$$

C. I. Ţ.

VII. 184. Avem:

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{8} - a\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} - a\right) = 2\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} - 2a\right),$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{8} + a\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} + a\right) = 2\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} + 2a\right) = 2\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2a\right).$$

$$2\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} - 2a\right) - 2\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2a\right) = 4\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - 4a\right) = 4\operatorname{tg} 4a.$$

C. I. Ţ.

T. C. 6. Dacă $n>1$, *produsul* $n(n+3)$ *nu poate fi pătrat perfect.*

GH. B.

Se deosebesc 2 cazuri.

1^0. n prim cu $n+3$. În acest caz atât n cât şi $n+3$ trebue să fie patrate perfecte.

$$n=x^2,\quad n+3=y^2$$

$$\therefore\quad y^2-x^2=(y+x)\,(y-x)=3=1\times 3$$

care conduce la $y=2$, $x=1$ sau $y=2$, $x=-1$, contrar ipotezei.

2^0. n şi $n+3$ au un divizor comun d. Acesta va divide neapărat şi pe 3 deci va fi 1 sau 3... Se înlătură 1 care conduce la 1^0 şi rămâne

$$n=3d,\quad n+3=3(d+1)$$

$$\therefore\quad n(n+3)=9d(d+1)$$

care nu poate fi patrat perfect căci numerele consecutive d, $d+1$ sunt prime între ele şi nu pot fi simultan patrate perfecte.

T. C. 8. Să se demonstreze că ultimele cinci cifre ale patratului lui N *sunt identice cu ultimele cinci cifre ale patratului lui* $N+25000$ *sau ale patratului lui* $N+50000$, *după cum* N *este pereche sau nepereche.*

GH. B.

Avem

(1) $(N+25000)^2=N^2+25^2\times 1.000.000+50000\,N.$

Dacă N este pereche $5\times N$ se termină cu zero şi din (1) se vede că ultimele 5 cifre ale lui $N+25000$ sunt egale cu ale lui N^2.

La fel se arată partea II când N este nepereche.

T. C. 9. Fie a *şi* b *numere de câte o cifră şi* m n p q r s *patratul de şase cifre al numărului de trei cifre* a o b. *Să se demonstreze că dacă* $2\times a\times b<100$, *atunci patratul lui* b o a *este* r s p q m n.

GH. B.

Avem

$$(a\,o\,b)^2 = a^2 \times 10.000 + 2 \times 100 \times a \times b + b^2 .$$

Se vede, că în condiţiile problemei

$$b^2 = r\,s,\ 2 \times a \times b = p\,q,\ a^2 = m\,n.$$

Restul rezultă din desvoltarea patratului lui $b\,o\,a$.

T. C. 21. Avem soluţiunile:

$$1935 = 3\,[3\,(3+3)^3 - 3]$$

$$1935 = 3\,.\,3\left[(3!)^3 - \frac{3}{3}\right] \text{ având de 6 ori 3.}$$

$$1935 = 3\,.\,3\,.\left[(3+3)^3 - \frac{3}{3}\right]$$

$$1935 = 3 \times 3\left[(3+3)^3 - \frac{3}{3}\right]$$

$$1935 = 3\,[3^3\,(3^3 - 3) - 3] \text{ având de 7 ori 3.}$$

$$1935 = 3\,[3^{3+3} - 3^3 \times 3 - 3]$$

$$1935 = 3\,.\,3^3\,(3^3 - 3) - 3\,.\,3$$

$$1935 = 3\,.\,3\,.\left[3!\,(33+3) - \frac{3}{3}\right] \text{ având de 8 ori 3.}$$

I. L.

Până la 10 Ianuarie s'au primit soluţii bune pentru exerciţiile publicate în numerele 1, 2, 3 şi 4 dela [1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Vasiliu C. Margareta (IV: 192, 9, 201, 7, 13, T. c.: 27). — *Clasa V-a:* Constantinescu D. Paula (V: 236, T. c.: 27), Mayer B. Silvia (V: 212, 9, 20, 1), Niculescu Paula (T. c.: 28), Nissim L. Mioara (V: 227, 39, 49, 53, T. c.: 37), Renert H. Pica (T. c.: 27). — *Clasa VI-a:* Cişmililean G. Paraschiva (VI: 187, 94). — *Clasa VII-a:* Aschenasy I. Margareta (VII: 200, 10, 3), Beral I. Edith (VII: 192, 207, 12, 3, 5, T. c.: 36), Birtulescu Laurenţia (VII: 178, 9, 80, 9, 99, 200), Braghină Justina (VII: 178, 9, 98, 200, 13, T. c.: 44), Gabrielescu Aristiţa (VII: 178, 9, 80. 5*, 90, 2, 4, 5, 200), Mateescu Stela (VII: 178, 9, 80, 200, 13). — *Clasa VIII-a:* Marinescu D. Maria (T. c.: 27, 41, 5), Petrov E. Elena (VIII: 124, 33, T. c.: 27, 41, 5), Teodorescu A. Cornelia (T. c.: 27).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Regina Maria“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Goldenberg F. Cleo (IV: 180, 1, 2, 3, 5, 7, 9, 90), Popescu D. Cristina (IV: 182, 90, 2, 3, 202, 3, 7, 8), Tănăsescu Sabina (IV: 192, 3, 213). — *Clasa V-a:* Şerbănescu Vica (V: 226, 30). — *Clasa VII-a:* Jacoby D. Marcela (VII: 189, 91, 2, 3, 200), Nchifor G. Antoinette (VII: 178, 9, 80).

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Leduncа S. Gabriela (IV: 181), Soare N. Maria (IV: 181), Şteflea I. A. (IV: 199). — *Clasa V-a:* Păunescu Elena (V: 224*, 33, 4, 46, 9, 54). — *Clasa VII-a:* Romaşcan G. Georgeta (VII: 205, 7, 10, 2, 3, 5, T. c.: 18).

Institutul de fete „Pompilian“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Mănescu Al. Lya (IV: 182, 90, 8, 9), Marinescu Şt. Florica Rodica (IV: 192, 3, 8, 9, 208, 13*). — *Clasa VII-a:* Bercovici Raşela Lia (T. c.: 30), Nestorescu Sorica (VII: 178, 9, 80, T. c.: 28) Netzler B. Joseta (VII: 213, 5, T. c.: 30, 41).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa II-a: Hovath Clara (T. c.: 27). — *Clasa IV-a:* Ioniţă G. Maria (IV: 181). — *Clasa V-a:* Buzescu P. Claudia Georgeta (V: 219, 20, 1, 4*, 5, 6, 9, 32, 3, 4, 5, 6, 8, 9). — *Clasa VIII-a:* Constantinopol Cristina (VIII: 134, T. c.: 27, 8, 41).

Liceul de fete „Domniţa Ileana“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Goldenberg I. Henriette (VI: 190, 8, 201), Ionescu C, Mariana (VI: 198, 206, T. c.: 27, 8), Spânişteanu C. Viorica (VI: 198, 206, T. c.: 27), Steiner S. Beatrice (VI: 194).

Institutul „Ortodox“ Internat Bucureşti.

Clasa IV-a: Popovici A. L. Maria (IV: 182, 9*, 91, 2, 3, 7, 8, 9, 201), Ştefănescu V. Victoria (IV: 188, 9*). — *Clasa V-a:* Plăviţescu N. Clemenţa (V: 220, 4, 9*, 30, 3, T. c.: 28).

Externatul Ortodox „Zoe Romniceanu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Gheorghiu D. M. Gabriela (VI: 190).

Liceul de fete Bacău.

Clasa V-a: Papadopol D. Elena (V: 214, T. c.: 27).

Liceul de fete Brăila.

Clasa VII-a: Bârzănescu P. Marcela (VII: 178, 92).

Liceul de fete „Principesa Elena“ Braşov.

Clasa V-a: Istrate I. Ileana (V: 234, 46, 54).

Liceul de fete Caracal.

Clasa VII-a: Musceleanu Ileana (VII: 178, 96, VIII: 134).

Liceul de fete „Oltea Doamna" Cernăuți.

Clasa IV-a: Berler I. Marta (IV: 182, 202, 7, 9).

Liceul de fete „Regina Maria" Cluj.

Clasa IV-a: Leuco I. Elena (IV: 180, 1*, 2, 6, 7, 90, 2, 3*, 6, 9, 201, 2, 3, 4, 5, 7*, 8, 9, 10).

Liceul de fete „Mihail Kogâlniceanu" Galați.

Clasa VIII-a: Grigoriu D. Aurora (VIII: 125, 32),

Liceul de fete „Oltea Doamna" Iași.

Clasa V-a: Strisca Ligia (T. c.: 30). — *Clasa VII-a:* Stoicescu Cristineta (VII: 200, 13).

Liceul „Principesa Ileana" Tighina.

Clasa IV-a: Levin R. I. (IV: 203, 10, V: 224).

Liceul de fete „Carmen Sylva" Timișoara.

Clasa VIII-a: Guttmann Paraschiva (VIII: 132, 4).

Liceul de fete „Principesa Elena" Turnu Severin.

Clasa VIII-a: Anghelescu Lucia (VII: 180, 3, 200), Pârligras Șt. Ecaterina (VII: 178, 9, 80, 3).

Liceul „Gh. Lazăr" București.

Clasa IV-a: Momiceanu S. D. (IV: 181, 2), Petrescu I. I. (IV: 181, 2, 92, 204, 10), Popescu G. V. (IV: 181, 2), Popa I. V. (IV: 190).— *Clasa V-a:* Areștean O. H. (T. c.: 18, 27), Diaconu I. Gh. (IV: 214, 8), Manuilă S. A. (V: 214, 7). — *Clasa VI-a:* Cățoiu Șt. (VI: 194, 8, 202, 5, 6, 8*). — *Clasa VII-a:* Cotingaru D. (VII: 189, 92, 200), Decuseară E. N. (VII: 200, 5), Drouhet Ed. Ed. (VII: 198, 202, 7, 12*, 13), Herbstein U. A. (VII: 200), Popescu A. M. (VII: 191, 3, 5, 200, VIII: 132, 4), Segal I. B. (VII: 178, 9, 80, 1, 2), Teju Gh. (VII: 180, VIII: 122). — *Clasa VIII-a:* Begu I. Șt. (VIII: 124, T. c.: 26, 7, 35, 41), Drăghicescu F. M. (VIII: 117, 22, 3, 4, 5, 7, 8, 33, 4, 8, 41, T. c.: 26, 7, 30, 1, 5, 41), Iordache I. C. (VIII: 124, T. c.: 26, 7), Slăvescu E. R. (VIII: 122).

Liceul de băeți „Aurel Vlaicu" București.

Clasa VI-a: Constantinopol I. T. (VI: 194, 205, 6, T. c.: 27, 8, 9, 36, 41), Fulga L. T. (VI: 187, 98, 201, 2, 6, 8, T. c.: 27), Litvin B. Al. (VI: 198, 201, 2*, 6, 8, T. c.: 26, 7, 9, 30, 41), Horwath I. S. (VI: 194, 206, 8), Rădulescu C. A. (VI: 194, 202, 6, T. c.: 27), Sârbu I. A. (T. c.: 27), Trifănescu M. E. (VI: 194, 206). — *Clasa VIII-a:* Buzescu P. A. V. (VIII: 125, 9, 30*, 1*, 2, 3, 4, 5*, 6*, 9, T. c.: 41).

Liceul „Mihaiu Viteazu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Con I. S. (V : 215). — *Clasa VI-a:* Constantinescu V. C. (VI : 198), Marin I. R. (VI : 222), Navrea I. M. (VI : 199, 202, T. c.: 27. — *Clasa VII-a:* Lascăr O. M. (VII : 186, 9, 92), Slomneanu I. I. (VII : 207), Zamfirescu D. (VII : 198). — *Clasa VIII-a:* Avram H. H. (VIII : 117, 8, 25, 32, 4, T. c.: 25, 28, 29), Văţui St. F. (VIII : 117, 8, 24).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa V-a: Angelescu C. C. (V : 211, 2, VI : 186, 90, 4, 6), Şeibulescu A. C. (V : 215, 7, 34, 42, T. c.: 27). — *Clasa VI-a:* Cernavodeanu I. I. (VI : 190, 7, 202, 6, 9*), Stănculescu I. M. (VI : 187, 90, 6, 7). — *Clasa VII-a:* Dănilă P. P. (VII : 210, T. c.: 27), Stănculescu I. I. (VII : 192, 205, T. c.: 29).

Liceul „Matei Basarab“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Constantinescu I. G. (VII : 186, 92), Preciado I. T. (VII : 177, 8, 9, 80, 3, 4, 5, 7, 90, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 200, 5, VIII : 118, 22, 3, 9, 33, 4, T. c.: 25 6, 7, 30, 1, 2, 41), Şaichim O. A. (VII : 183, 9, 90, 1, 3, 5, 7, 9, 200, 2, 5, VIII : 116, 7, 8, 23, 5, 32, T. c.: 26, 7, 31. 3, 41).

Colegiul naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Ciurescu I. F. (IV : 182, 4, 6, 93, 202, 3, 4, 7, 8, 9, 13, 9, T. c.: 27, 8). — *Clasa VII-a:* Ciurescu I. R. (VII : 199, 200, 2, 5, T. c.: 27, 35, 41).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Laar V. V. (IV : 182, 99). — *Clasa V-a:* Costescu G. I. (V : 248). — *Clasa VI-a:* Voinescu N. N. (VI : 186, 8, 95, 7, 9). — *Clasa VII-a:* Bădulescu V. D. (VII : 178, 9), Zelig B. M. (VII : 178, 9, 80, VIII : 122).

Liceul „Gh. Şincai“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Cetăţeanu G. S. (VI : 187, 94).

Liceul „Cantemir“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Capriel G I. A. (VII : 177, 8, 9, 80, 3, 4, VIII : 122, T. c.: 25). — *Clasa VIII-a:* Georgescu N. N. (VIII : 122).

Institutul „Schevitz-Thierrin“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Gheorghiu C. C. (IV : 181, 92). — *Clasa VI-a:* Pantazi C. I. (VI : 218).

Seminarul Pedagogic Universitar „Titu Maiorescu“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Bodnărescu M. H. (VI : 191, 4, 6, 8, 9, 200, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, VII : 189, 91, 2, 3, VIII : 125, T. c.: 27).

Liceul „Marele Voevod Mihaiu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Bernard I. I. (V : 220), Ivanier I. B. (V : 207, 15, 8, 9). — *Clasa VI-a:* Michelsohn L. (VI : 198, 201, 4, 5, 8, 10, 24, 25, 28). — *Clasa VII-a:* Witzner I. A. (VII : 184).

Liceul „Profesorii Asociaţi“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Şerbănescu C. N. (VI: 198, 9, 202, 5, 6, 9. T. c.: 29).

Liceul „Sf. Iosif“ Bucureşti.

Clasa V-a: Teodorof Şt. (V: 200). — *Clasa VI-a:* Ardare N, C. (VI: 202). — *Clasa VII-a:* Popescu-Zorică N. A. (VII: 199, 200, 5). — *Clasa VIII-a:* Pancu P. C. (VIII: 118, 22, T. c.: 23).

Liceul „Libros“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Segal J. (VI: 190, T. c.: 30).

Liceul „Principele Carol“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Teodorescu I. N. (VIII: 198, 213, T. c.: 27, 8, 9).

Liceul „Mihaiu Viteazu“ Alba Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu Stabu A. M. (V: 217, 9, 25, 6, 7, 32, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 40, 1*, 2, VI: 201, 6, 8, 10, 3, 4, 5*, 9, 20*, 1, VII: 200, 1, VIII: 132, 3, 4, T. c.: 19 26, 7, 34, 5*, 6, 7, 41).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa IV-a: Papp V. I. (IV: 184, 6, 9, 192, 6, 208, 9, V: 221). — *Clasa V-a:* Mihăileanu I. C. (V: 210, 9), Tocai G. I. (V: 219, 20, 9). — *Clasa VII-a:* Moldovan R. S. (VII: 182, 92, 3, 200).

Liceul „Regele Ferdinand“ Bacău,

Clasa V-a: Bocăneală I. V. (T. c.: 34, 5), Ghitler M. (V: 207, 15), Goldenberg I. S. (V: 236, 42), Idy M. I. (V: 215, 20, T. c.: 27, 8, 36), Micu V. P. (T. c.: 34, 5, 6), Munteanu G. V. (V: 221, VI: 192, T. c.: 27), Pârvu V. A. (T. c.: 26, 27), Schulemsohn E. (V: 215, 20, 42, T. c.: 28, 9).— *Clasa VII-a:* Dârlău D. (VII: 180), Lupeş C. (VII: 180, 3), Schvartz A. I. (VII: 178, 81, 92), Tudor C. Gh. (VII: 192, 200).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa V-a: Edelstein A. (V: 229), Edelstein I. D. (V: 212, 4, 36), Georgescu V. Ş. (V: 219, 20, 29). — *Clasa VI-a:* Gâlcă C. (VI: 192). — *Clasa VII-a:* Ciocoiu A. Al. (VII: 190, 1, 3, 213, T. c.: 45), Zissman I. (VII: 130).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI: 198, VIII: 132, T. c.: 18, 20, 34).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa VI-a: Hermann I. C. (VI: 187, 98, T. c.: 27, 36).

Liceul „T. Laurian“ Botoşani.

Clasa VI-a: Ciomaga I. I. (VI: 206).

Liceul „N. Bălcescu" Brăila.

Clasa V-a: Gheorghe A. I. (V: 252), Ionescu S. (V: 187), Nicolau V. F. (V: 219), Rottenberg P. H. (V: 215, 8, 30, 3, 4, 6), Trefilow S. M. (V: 210, 34, 9, 49, 51, 3, 4, VI: 228, VII: 215, T. c.: 26, 7, 30, 41).—*Clasa VI-a:* Blebea G. N. (VI: 202, 5, 8, T. c.: 28, 9), Bucurenciu I. Al. (VI: 196, 208), Constantinescu I. N. (VI: 194), Dumitrescu B. A. (VI: 199, 201, 8, 28), Enăcescu T. A. (VI: 194, 201, 2), Păun C. (VI: 200), Protopopescu M. D. (VI: 191, 4, 205, 8, T. c.: 28, 9), Traulos Panaghi (VI: 196).

Liceul „A. Şaguna" Braşov.

Clasa IV-a: Bidn V. V. (IV: 182, 207), Greceanu I. E. (IV: 181, 92, 203), Pollak Gr. (IV: 203, 13), Puşcariu I. I. (IV: 181, 92). — *Clasa V-a:* Zăvoianu M. (V: 220).— *Clasa VI-a:* Brediceanu T. T. (VI: 190), Cojanu G. A. (VI: 198, 9, 206, T. c.: 27), Kohn N. (VI: 208), Marinescu C. F. (VII: 180, T. c.: 27), Mihăilescu N. M. (VI: 199, 208), Pador C. C. (VI: 208, T. c.: 27), Prişcu R. I. (VI: 208, T. c.: 27), Şerbu N. G. (VI: 190).

Liceul „Ştirbei Vodă" Călăraşi.

Clasa VI-a: Alexandrescu R. (T. c.: 29, 30), Zaharia I. C. (VI: 202)

Liceul „Dragoş Vodă" Câmpulung-Moldova.

Clasa VI-a: Coslaţan Şt. L. (VI: 194, 6, 8, 201, 2, 5, 6, 9, VIII: 122, T. c.: 27, 8, 9).

Liceul „Ioniţă Asan" Caracal.

Clasa III-a: Musceleanu S. I. (IV: 181, 4, 6, 7), Musceleeanu I. V. (IV: 186).

Liceul „Marele Voevod Mihaiu" Cernăuţi.

Clasa V-a: Golz N. W. (V: 215, 8, 9, 20, 9), Ivaniev I. B. (V: 229).— *Clasa VII-a:* Veinblum M. (VII: 191, 2), Wiznitzer S. A. VII: (178, 9, 91, 2).

Liceul „Alecu Russo" Chişinău.

Clasa IV-a: Andrunachievici A. D. (IV: 180, 90, 203, V: 215).

Liceul „B. P. Haşdeu" Chişinău.

Clasa V-a: Marcher N. Meer (V: 219, 24, 34, VI: 190).

Colegiul Naţional „Carol I" Craiova.

Clasa VI-a: Cetate Ciceiu C. (VI: 190, 4).

Liceul „Fraţii Buzeşti" Craiova.

Clasa IV-a: Amărăşteanu F. S. (IV: 180, 1, 4, 6, 90).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Cluj.

Clasa IV-a: Rosenberg I. E. (T. c.: 27).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa V-a: Demetru V. I. (V: 215, 29*), Hirsch A. (233, 4, 5). — *Clasa VII-a:* Andrei L. D. (VII: 180, 3, 200), Alban E. (VII: 210), Ardeleanu B. B. (VII: 180, 1, 3, 4), Bostangiu V. I. (VII: 178, 9, 80), Nițescu C. Gh. (VII: 178, 9), Schwartz E. (VII: 180), Vonica D. I. (VII: 189, 205, 13). — *Clasa VIII-a:* Căpușanu I. (T. c.: 28, 9, 30).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa IV-a: Vuia R. (IV: 213).

Școala Normală de băeți Cluj.

Clasa IV-a: Socino Gh. (IV: 198, V: 215, 21, T. c.: 27).—*Clasa V-a:* Coroiu M. P. (V: 215, 21, T. c.: 26, 7), Cuibrus V. I. (V: 215, 21, T. c.: 26, 7), Popa S. Ș. (V: 215, 21, T. c.: 26, 7).

Liceul „Nicu Gane" Fălticeni.

Clasa IV-a: Ghelberg W. N. (IV: 181, 2, 6, 90), Giurcă I. C. (IV: 202, 3, 7, 10), Grigorescu M. N. (IV: 193, 202, 3, 9, 10). — *Clasa V-a:* Dimitrov V. C. (VI: 201, T. c.: 19, 35). — *Clasa VII-a:* Teschievici Gh. (VII: 192, T. c.: 29).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa IV-a: Atanasiu C. N. (IV: 180, 2, 90*). — *Clasa VI-a:* Turtoiu F. (VI: 187, 92), Zolotovici I. D. (VI: 194, 7, 220, VIII: 132, T. c.: 37, 8, 41).

Liceul „V. Alexandri" Galați.

Clasa VI-a: Dudea Gr. I. (VI: 198, 9, 200, 1, 2, 3*, 6, 8, 9*).

Liceul comunității evreilor Galați.

Clasa V-a: Vaisman M. (V: 198, 215, 30, 3, 54), — *Clasa IV-a:* Grossmann M. A. (VI: 187, 90, 7, 9), Vaisenberg A. M. (VI: 191, 208, VIII: 122, T. c.: 18). — *Clasa VII-a:* Goldenberg I. (VII: 181, 99), Leibovici A. M. (VII: 178, 9, 80, 1, 2, 9, 90, 2, 9, 205, T. c.: 27, 34, 41), Schor L. (VII: 178, 9, 80, 1, 4, 9, 92, VIII: 122).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: Bilcea D. G. (VII: 189, 192, 3, 5, T. c.: 27), Nedelescu V. A. (VIII: 117, 25, T. c.: 41).

Liceul Internat Iași.

Clasa VI-a: Dănțuș I. Tr. (VI: 198, 201, 2, 5, T. c.: 28, 29), Gheorghiță D. Șt. (VI: 190), Motăș C. (VI: 190, 6, 200), Solomon I. I. (VI: 190, 6, 8, 201, 2, T. c.: 27), Reischer L. H. (VI: 196, 200, 1, 2, 5, 10, T. c.: 28, 9, 37). — *Clasa VII-a:* Andronie M. (VII: 189, 94, 5, T. c.: 29), Filip P. Em. (VII: 178, 9, 200, T. c.: 26, 7, 8, 9). — *Clasa VIII-a:* Matei D. D. (VIII: 132, T. c.: 18, 26, 7, 36, 7).

Liceul Național Iași.

Clasa VII-a: Feldman C. O. (VII: 180, 9, 191, 2, 3, 5, 9, 205), Gheorghiu G. V. (VII: 180, 92, T. c.: 27, 8, 9).

Liceul „Alexandru cel Bun“ Iași.

Clasa IV-a: Negoiță-Plevna G. (181, 2, 6, 90, 2, 3). — *Clasa VII-a:* Löbel W. H. (VII: 179, 80).

Liceul „Coriolan Brediceanu“ Lugoj.

Clasa V-a: Ciucure C. C. (V: 207, 11), Vințan I. L. (V: 211, 21, 4, 33). — *Clasa VI-a:* Barth C. T. (VI: 201, 2, 9, T. c.: 27), Ionașiu D. P. (VI: 194), Nicolau M. (T. c.: 28, 9), Popoviciu C. M. (VI: 201), Sorian O. (VI: 194, 201, 6). — *Clasa VII-a:* Croitoru I. I. (VII: 180, 183), Popescu T. (T. c.: 28, 9), Sedmik C. V. (VII: 179, 85), Stamate I. I. (VII: 180, 3, 200, VIII: 122, T. c.: 126, 41). — *Clasa VIII-a:* Ernest M. (VIII: 132, T. c.: 28, 9, 37).

Liceul „Tasse Dumitrescu“ Mizil.

Clasa V-a: Mărășescu M. C. (T. c.: 27). — *Clasa VI-a:* Botez M. M. (VI: 194, 206, T. c.: 27), Buznea S. R. (VI: 201, T. c.: 28), Geambașu V. T. (VI: 194, 206), Ionescu I. T. (VI: 194, 201, 2), Popescu M. Al. (T. c.: 37, 41). — *Clasa VII-a:* Fianu G. (T. c.: 28, 9), Mihălașu P. G. (T. c.: 27), Popescu D. S. (VII: 200, 5, T. c.: 35).

Liceul „I. C. Brătianu“ Pitești.

Clasa V-a: Sima C. E. (V: 230). — *Clasa VII-a:* Ghinescu V. V. (VII: 178, 9, 83), Predescu C. G. (VII: 178, 80, 3).

Liceul „Petru și Pavel“ Ploești.

Clasa V-a: Florescu C. Al. (V: 228). — *Clasa VII-a:* Temistocle N. (VII: 180).

Liceul „Al. Lahovari“ Râmnicu-Vâlcea.

Clasa VII-a: Iepureanu N. I. (VII: 186, 9, 92).

Liceul „Radu Greceanu“, Slatina.

Clasa VI-a: Hartopan G. G. (VI: 194, 6, 206, 8, T. c.: 28, 9, 30), Predețeanu Gh. (VI: 187, T. c.: 27, 8).

Liceul „Simion Bârnuțiu“ Șimlăul Silvaniei.

Clasa VI-a: Pantazescu G. (VI: 187, 90).

Liceul „D. A. Sturza“ Tecuci.

Clasa VI-a: Sbârnea D. Gh. (VI: 196, 203, 7, 19).

Liceul „Tudor Vladimirescu“ Târgu-Jiu.

Clasa V-a: Popescu C. I. (V: 236). — *Clasa VII-a:* Bogdan S. (VII: 180, 9, 91, 2), Căpățână N. I. (VII: 178, 9, 80, 4), Scurtu A. Gh. (VII: 178, 9, 80, 4).

Liceul confesional israelit Timișoara.

Clasa VIII-a: Vermes E. P. (VIII: 118, 9, 32, 5, T. c.: 41).

Liceul „Diaconovici Loga“ Timișoara.

Clasa IV-a: Facsko Gh. (T. c.: 29), Frunză V. A. (IV: 181, 92), Mannheim G. A. (IV: 181, 92, T. c.: 27), Teleguț M. (IV: 181). — *Clasa V-a:* Olariu L. (V: 215), Pop G. G. (V: 211, 5, 6). — *Clasa VI-a:* Nicolau L. M. (VI: 188, 90, 4, 8, 201, 2, 6, T. c.: 28, 9). — *Clasa VII-a:* Kiss I. A. (VII: 183, 200, 4, 5). Morariu T. (T. c.: 30), Nicolau E. L. (VII: 200, 10, 3, T. c.: 27), Popescu T. (VII: 180, 3, 9, 92, 3, 200). — *Clasa VIII-a:* Ernest M. (VIII: 132, T. c.: 28, 9, 37), Kornis E. (VIII: 134, T. c.: 27).

Liceul „Traian Turnu Severin.

Clasa IV-a: Bejan Al. (IV: 186), Birău G. I. (IV: 180, 1, 92), Camenița L. L. (181, 92, 3), Glogojanu I. M. (IV: 196, 9, 200, 2, 7, 8, 10, 1, V: 220, VI: 190, T. c.: 27), Gomoiu Al. (IV: 181, 192. 3, 203, 4, 7), Manea Gh. A. (IV: 182, 92, 3, 8, 203, 4, 8), Morărel G. G. (IV: 192). — *Clasa V-a:* Paulini R. R. (V: 210, 19, 29, 32). — *Clasa VI-a:* Ghenea V. Gr. (VI: 198, 201). Modâlcă S. E. (VI: 198, 208, 10, T. c.: 27). — *Clasa VII-a:* Gregescu Șt. D. (VII: 178, 9, 80, 92, 9, VIII: 122), Motranu T. I. (VII: 192, 3, 5, 9, 200, 3, 5, VIII: 122), Predoescu I. N. (T. c.: 35, 43*), Trandafirescu I. A. (VII: 178, 9).

Elevii particulari.

Clasa VI-a: Enăceanu P. Al. (VI: 190). — *Clasa VII-a:* Boïsnard L. M. (T. c.: 26, 7).

Liceul militar „Nicolae Filipescu“ Mânăstirea Dealu.

Clasa III-a: Crăciunescu I. M. (V: 210, 6, 9, 20, 3).—*Clasa IV:* Bârlea G. G. (IV: 192, 3), Popescu V. C. (T. c.: 27).—*Clasa V-a:* Anastasiu M. M. (V: 217, 8, 9, 34, (VI: 196, 206, VII: 183, VIII: 122), Andrievici N. (V: 219, 20, 9, 49, VI: 198, VII: 183, VIII: 122), Bogza A. (T. c.: 27), Buznea D. D. (V: 210, 5, 8, VI, 25, 6), Cernat C. (VII: 180), Deciulescu D. Gh. (V: 229, VI: 196), Demetrescu G. (V: 233), Diaconescu M. (V: 218, 25, VI: 198, VII: 183, 200, T. C.: 26). Georgescu V. C. (V: 233, 4, 6, 9, VII: 190, T. c.: 27), Georgescu S. E. (V: 229, 37, VI: 200, VII, 200, T. c.: 27, 30), Gheorghiu Șt. Gh. (V: 229, 39, T. c.: 41), Heroiu N. Sp. (T. c.: 26, 7), Haga I. L. (VII: 183), Jipescu N, N. (V: 212, 26, 9, 33, 5. VI: 190, 8, 200, 1, VII: 183, 98, 200, T. c.: 30), Popescu T. M. (V: 207, 14, 6), Rădulescu G. N. (V: 212, 5, 9, 35), Roboiu G. N. (V: 212, 5, 7, VI: 201), Staicu I. N. (V: 217, 25, 6, 34, 9, 49, VI: 198, 200, VII: 183, 200, T. c.: 41), Stoenescu D. M. (V: 218, 9, 29, 34, 49, VI: 196, 8, 200, VII: 183, 200, 5, T. c.: 27), Tănăsescu N. N. (T. c.: 27), Theodorescu D. (V: 229, VII: 197, 205, T. c.: 29, 30, 41). — *Clasa VI-a:* Cristian T. D. (VI, 208), Daniel T. C. (VI, 206), Florescu D. G. (VI: 208, T. c.: 18, 27), Florescu L. V. (VI: 197, 206, 8, VIII: 132. 4, T. c.: 18, 19*, 27, 41), Horvat I. S. (VI: 196, 209), Pascu V. H. (VI: 206, T. c.: 26), Popescu S. (VI: 201, 2, 3, 6), Rădulescu G. O. (VI: 198, 9, 208, T. c.: 27), Stoica V. V. (VI: 196, 206, T. c.: 27), Vlădoianu G. (VI: 206, 8, T. c.: 18, 26, 7). — *Clasa VIII-a:* Cosma C. (VII: 195, T. c.: 34, 5), Luca D. (VII: 178), Niculescu G. (VII: 180, 1, 9, 190, 1, 2, 3, 5), Petrescu P. B. (VII: 205*), Ștefănescu D. N. (VII: 195, VIII: 125), Tatomir M. G. (VII: 190, 1, 95).

Liceul militar „D. A. Sturdza", Craiova.

Clasa V-a: Bădescu F. C. (V: 226), Brătan M. (V: 211, 5), Bucur N. N. (V: 207), Constantinescu C. G. (V: 211, 9), Duicu C. (V: 221), Florescu I. V. (V: 211), Nanu N. B. (V: 211), Paparizu I. G. (V: 234, 6), Proboianu D. (V: 207, 11) — *Clasa VII-a:* Balaban C. G. (VII: 178, 9), Cioc I. D. (VII: 178, 9, T. c.: 18, 26, 7), Paşoiu N. M. VII: 184, 9, 90, 1, 2, 3, 4, 5, 9, 200, 5*, T. c.: 27, 9).

Liceul militar „Mihaiu Viteazu" Târgu-Mureş

Clasa IV-a: Creţu N. S. (IV: 203, 7), Jianu R. M. (IV: 182, 4, 6, 7, 90, 1, 2, 3, 202, 3, 4, V: 211), Măinescu Z. I. (IV: 199, 207, 8, 40, V: 239, T. c.: 26, 7), Sava V. D. (IV: 193, 202, 3, 4), Tătaru F. C. (IV: 192, 202, 3, 4), Vasiliu C. D. (IV: 192). — *Clasa VI-a:* Constantinescu C. V. (VI: 194, 210, Enescu D. D. (VI: 202), Săndulescu I. I. (VI: 127), Ştefan D. I. (VI: 194, 206), Tătaru N. N. (VI: 202*, 6). — *Clasa VII-a:* Chiriţa Gh. (VII: 178, 9, 80, 3, 200), Dalban G. (VII: 183), Hurezeanu C. (T. c.: 27), Stoina T. (VII: 178, 9, 80, 3, 200). — *Clasa VIII-a:* Bucurenciu V. (VIII: 125, 32, 4).

Liceul militar „General Macarovici" Iaşi.

Clasa IV-a: Pintilie I. I. (IV: 182, 4). — *Clasa V-a:* Baltă C. (V: 233, 4, 6, 9), Cârdeiu G. (V: 187, 95, 210*, 7, 9, 24, 33, 4, 5, 8*, 9, VI: 210, T. c.: 34, 5, 41), Crăciun I. I. (V: 210, 33, 9), Ignaţiu Tr. (VI: 196, 202, 9, T. c.: 27), Imbru I. (V: 234, 6), Pantelimon C. (V: 226), Paul V. C. (V: 233, 4, 6, 8, 9, 40), Petrescu A. (V: 219, 26, 39), Popa D. M. (V: 210*, 26, 33, 4, 9, 40), Trofin T. (V: 229), Turcu S. (V: 29, 33, 4, 40). — *Clasa VIII-a:* Ionescu M. C. (VII: 178, 9).

Liceul militar „Ştefan Cel Mare" Cernăuţi.

Clasa IV-a: Dumitrescu C. D. (IV: 182, 92, 9, 204), Paraipan N. C. (IV: 190, V: 220, 1, 36), Pârvulescu A. (IV: 204), Popişca V. M. IV: 182), Procopoviciu M. E. (IV: 192, 203, 4), Pruncu N. C. (IV: 192, 9, 204, 9), Raicu V. (IV: 204), Ştefănescu S. (IV: 204, Săbăreanu M. G. (IV: 192), Velea M. P. (IV: 192, 9, 204), Velea S. IV: 192, 9, 204). — *Clasa V-a:* Chiclug M. A. V: 211, 20, 1, 3, 33, 4, 6), Doogan V. G. (V: 220, 1, 3, 4, 33, 4, 6, 9, VI: 190), Eremia P. (V: 236), Gheorghiu S. L. (V: 220), Iliescu R. (V: 221, 34), Ionescu D. Şt. (V: 210*, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 23, 7, 9, 30, 1, 9, VII: 180), Lascăr A. VII: 180), Melinte V. I. (V: 220, 1, VII: 180), Mihăilescu G. (V: 220), Petrescu M. (V: 211, 5, 7, 23, 6), Rohr I. A. (V: 215, VI: 190, VII: 180, VIII: 122), Runceanu N. C. (VIII: 118), Sora Bonci (V: 215, 23, VII: 180), Ştefănescu G. R. (V: 220, 33, 6). — *Clasa VI-a:* Alexandru G. P. (VI: 201, 2, 8), Moţoc L. R. (VII: 201), Şerbănescu N. St. (VI: 198, 201, 8), — *Clasa VII-a:* Floareş I. A. (VII: 180, 1, 5), Nedelcu N. N. (VII: 185), Nedelcu V. N. (VII: 180, 1, 5), Tănăsiciuc V. C. VIII: 122, 9, T. c.: 26, 30). — *Clasa VIII-a:* Runceanu N. C. (VIII: 118).

Liceul Militar „Ferdinand I“ Chişinău.

Clasa V-a: Perjul A. (V: 212, 5, 6, 8, 20, 2, 6, 9, 36), Petcu F. V. (V: 211, 5), Toma I. V. (V: 210). — *Clasa VI-a:* Burghelea C. (VI: 198, 201), Creţu N. R. (VI: 194, 206), Cristescu M. Gr. (VI: 194), Pântescu C. VI: 194, 206), Pârvulescu A. V. (VI: 187, 94, 201, 6), Ţiţei C. (VI: 294, 206), Totolici V. A. (VI: 201, 6), Soroceanu L. C. (VI: 194, 206). — *Clasa VII-:* Constantinescu Şt. (VII: 200), Culin V. (VII: 178, 9). Mihăilescu C. (VII: 200), Nicolae Gr. V. (T. c.: 25, 35), Pădureţ A. V. (VII: 199, 200, 2, 3). Roman N. (VII: 178, 200, T. c.: 30, 2), Secu A. (VII: 180, T. c.: 32), Simion N. I. (VII: 200, T. c.: 32). — *Clasa VIII-a:* Bazac A. D. (VIII: 125, T. c.: 27), Bică I. P. (VIII: 125, T. c.: 27).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Mai 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 222.* Să se rezolve ecuaţiunea:

$$(x+a)(1+a+x)+(x+b)(1+b+x)+(x+c)(1+c+x)=$$
$$(x-a)(1-a+x)+(x-b)(1-b+x)+(x-c)(1-c+x)$$

C. I. B.

IV. 223. Să se arate că ecuaţiunile:

$$(x+1)(x+2)=(x-1)(x-2)$$
$$(x+1)(x-2)=(x-1)(x+2)$$

sunt echivalente. N. M.

IV. 224. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}+\frac{x-3}{4}+\frac{x-4}{5}=\frac{7}{12},$$

apoi să se verifice soluţiunea găsită.

G. D. S.

IV. 225. Se dau două drepte D şi D′ situate într'un plan P şi o a treia dreaptă D″ paralelă cu planul P. Prin dreapta D″ să se ducă un plan care să întâlnească dreptele D şi D′ în punctele A şi B astfel ca segmentul AB să aibă o lungime dată. Sunt cazuri în care problema nu este posibilă?

G. D. S.

IV. 226. Două plane P şi Q se taie după o dreaptă (D) şi A, B, C sunt trei puncte situate câte unul respectiv în planele P, Q, şi pe dreapta (D) şi dacă din C se ridică pe (D) câte o perpendiculară (D_1), (D_2), conţinute respectiv în planele P şi Q, iar A', B' sunt respectiv simetricele lui A şi B faţă de (D_1) şi (D_2), dreptele AA' şi BB' sunt paralele şi trapezul ABB'A' este isoscel.

H. P. I.

IV. 227. Un lanţ de aur are 14 *karate* şi cântăreşte 200 grame. Câte grame de aur conţine?

I. L.

IV. 228. Numerele a, b, x, y fiind legate între ele prin egalitatea identică:

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \equiv (ax+by)^2+(ay-bx)^2,$$

să se găsească egalitatea identică, care leagă numerele m, n, u, v ştiind că:

$$m+n=a,\ m-n=b,\ u+v=x,\ u-v=y.$$

O. N. Ţ.

IV. 229. Să se verifice identitatea:

$$[(m+n)^2+(p-r)^2][(m-n)^2+(p+r)^2] \equiv [(m+p)^2+(n+r)^2-(m-p)^2-(n-r)^2]^2+[(n+p)^2+(n-p)^2-(m+r)^2-(m-r)^2]^2.$$

O. N. Ţ.

IV. 230. Dacă $a+c+e=1+b+d+f$, avem şi:

$$(a-b+c)^2-(d-e+f)^2=a-b+c+d-e+f.$$

A. A. R.

IV. 231. Unui comerciant i se iartă $60^0/_0$ din datoriile sale, printre altele cu condiţiunea de a depune la stat o cotă de $1^0/_0$ din restul rămas de plată şi $2^0/_0$ din suma iertată.

Achitând datoria redusă şi depunând cota fixată, câştigă 116.800 lei faţă de cazul când nu ar fi plătit nicio cotă dar ar fi trebuit să achite datoriile integral.

A. A. R.

Clasa V-a. *Exerc. 255.* Se dă un cerc cu centrul în O şi doi diametri perpendiculari AB, CD. Fie A', B', C', D' puncte situate respectiv pe OA, OB, OC, OD astfel încât:

$$\frac{OA'}{A'A} = 1\,,\quad \frac{OB'}{B'B} = \frac{1}{3}\,,\quad \frac{OC'}{C'C} = \frac{1}{2}\,,\quad \frac{OD'}{D'D} = \frac{1}{5}\,.$$

a) Să se arate că A'B'C'D' este trapez.

b) Să se calculeze perimetrul şi aria trapezului în raport cu raza cercului.

C. I. B.

V. 256. Să se determine p şi q, pentru ca ecuaţiunea:

$$x^2 + px + q = 0$$

să aibă rădăcinile x_1 , x_2 legate prin relaţia

$$(q + x_1)(q + x_2) = p.$$

C. I. B.

V. 257. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4).$$

N. M.

V. 258. Să se verifice identitatea:

$$x^6 + \frac{1+i\sqrt{7}}{2}x^4 + \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}x^2 - 1 \equiv$$

$$\left(x^3 + \frac{1+i\sqrt{7}}{2}x^2 + \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}x - 1\right) \times$$

$$\left(x^3 - \frac{1+i\sqrt{7}}{2}x^2 + \frac{-1+i\sqrt{7}}{2}x + 1\right).$$

A. G.

V. 259. Fiind dat un triunghiu isoscel EAF ($\overline{AE} \equiv \overline{AF}$), să i se circumscrie un patrat ABCD.

H. P. I.

V. 260. Să se găsească condiţiunea ca inecuaţia

$$ax + b > (a - b)x + a$$

să aibă soluţiuni pozitive. I. L.

V. 261. Să se rezolve ecuațiunea:

$$x^4 - 2ax^2 + (a-2)^2 = 0$$

și să se pună rădăcinile subt forma cea mai simplă.

G. D. S

V. 262. Dăcă rădacinile ecuațiunii $x^3 + px + q = 0$ satisfac relațiunea $x_1^3 q = x_2^3 p$, avem condițiunea:

$$p^3 (p^2 - 3q)^2 = q^2 (p+q)^2 .$$

C. I. Ț.

V. 263. Să se rezolve ecuațiunea:

$$x^2 + x + m = 0,$$

știind că: $mx_1^3 = x_2^3$.

C. I. Ț.

V. 264. Un pătrat este împărțit în 9 căsuțe. In căsuța din centru este scrisă cifra *5*. Să se completeze toate căsuțele cu cifre, astfel ca suma lor pe diagonale, linii și coloane să facă *15*.

(Soluțiune algebrică).

A. A. R.

V. 265. Fie A′ mijlocul laturei BC a triunghiului ABC. Cercul AA′B taie pe AC în B′, iar cercul AA′C taie pe AB în C′. Să se demonstreze că:

$$b \times \overline{CB'} = c \times \overline{BC'},$$

unde b și c sunt laturile AC, AB.

Gh. B.

V. 266. x_1 și x_2 fiind rădăcinile ecuațiunei:

$$x^2 + \alpha x + \beta = 0,$$

să se determine relațiunea dintre α și β astfel ca ecuațiunile:

$$x^2 - x_1 x + x_1^2 = 0 \text{ și } x^2 - x_2 x + x_2^2 = 0$$

să aibă o rădăcină comună.

O. N. Ț.

Clasa VI-a. *Exerc. 234.* Să se rezolve ecuațiunea:

$$\cos x = \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,2x.$$

U. M. F.

VI. 235. Să se rezolve sistemul:

$$\mathrm{tg}\,(x+y) = -\frac{1}{2}\ ;\ \mathrm{tg}\,(x-y) = 2$$

și să se dea valorile cele mai generale ale unghiurilor x și y.

U. M. F.

VI. 236. Să se demonstreze că oricare ar fi x, avem inegalitatea:

$$8\cos^8 x + 8\sin^8 x - \sin^4 2x + 8\sin^2 2x + \sec^2 x \cdot \mathrm{cosec}^2 x \geqslant 10.$$

H. P. I.

VI. 237. Se dau în spațiu două drepte oarecare. Să se arate că:

a) Punctele bisectoarelor unghiurilor formate de paralelele la aceste drepte duse prin mijlocul perpendicularei lor comune, sunt egal depărtate de cele două drepte date.

b) In fiecare plan dus prin una din aceste bisectoare mai există o dreaptă ale cărei puncte sunt egal depărtate de cele două drepte date.

A. G.

VI. 238. Se consideră dreptele concurente D_1, D_2 și direcțiunile Δ_1, Δ_2. La fiecare dreaptă sprijinindu-se pe D_1 și paralelă cu Δ_1, corespunde o dreaptă concurentă sprijinindu-se pe D_2 și paralelă cu Δ_2.

Să se afle locul geometric al punctelor de intersecție.

N. M.

VI. 239. Să se arate că în orice triunghiu dreptunghiu avem relațiunea:

$$p^2 + (p-a)^2 + (p-b)^2 + (p-c)^2 = r^2 + r_a^2 + r_b^2 + r_c^2 = 2a^2.$$

N. M.

VI. 240. Se dau două plane P, Q, o dreaptă D şi în planul P, un punct O. Să se aşeze un segment AB de lungime dată cu extremităţile A şi B respectiv în planele P şi Q astfel ca să fie paralel cu dreapta D, iar A să fie la o distanţă dată de O. Discuţiune.

G. D. S.

VI. 241. Cunoscând expresiunile *sinusului* şi *cosinusului* de 60^0 şi de 72^0, să se găsească expresiunile corespunzătoare lui 12^0.

I. L.

VI. 242. Să se stabilească identitatea :

$$\cos 2x + 2\cos^2 x - \frac{2\cos x}{2\cos x + 1} = \frac{\sin \frac{7x}{2}}{\sin \frac{3x}{2}}.$$

C. I. B.

VI. 243. Dacă $A + B + C = 180^0$, avem relaţiunile :

a) $\cos\left(\frac{B-C}{2}\right) = \sin B \cdot \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} \cos B,$

aplicaţie : $B = C \; ; \; B = 2C \; ; \; B = 3C - 45^0.$

b) $\cos^2 A = \cos^2 B + \sin^2 C - 2 \sin A \cos B \sin C$

$= \sin^2 B + \cos^2 C - 2 \sin A \sin B \sin C,$

aplicaţie : $B = 2C.$

C. I. Ţ.

VI. 244. Să se rezolve sistemul :

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin^2 x - \sin^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

A. A. R.

VI. 245. Să se rezolve ecuaţiunea :

$a \operatorname{tg}^3 x + b \operatorname{tg}^2 x + c \operatorname{tg} x = a \operatorname{cotg}^3 x + b \operatorname{cotg}^2 x + c \operatorname{cotg} x.$

Discuţiune.

O. N. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 216.* Se consideră funcțiunea:

$$F(x) = \frac{f(x)}{f'(x)},$$

unde $f(x) = (x - a_1)(x - a_2) \ldots (x - a_n)$, iar $a_1, a_2, \ldots, a_n$ diferite între ele. Să se arate că:

$$F'(a_1) = F'(a_2) = \ldots = F'(a_n) = 1.$$

C. I. B.

VII. 217. Să se verifice prin derivări identitatea:

$$(x+1)^4 + (x-1)^4 + (4x+1)^2 = 1 + 2(x^2-1)^2 + 8x(4x+1).$$

N. M.

VII. 218. Să se calculeze derivata funcțiunii:

$$y = \frac{x + \operatorname{tg} ax}{1 - x \operatorname{tg} ax}$$

și să se arate că avem relațiunea:

$$\frac{y'}{1+y^2} - \frac{1}{1+x^2} = a.$$

G. D. S.

VII. 219. Se dă funcțiunea:

$$f(x) = \frac{x}{\sin ax}.$$

Să se găsească limitele lui $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, când x tinde către zero.

G. D. S.

VII. 220. Să se găsească derivata funcțiunii y definită de ecuațiunea:

$$x + \sqrt{y^2 - 1} = ay\sqrt{1 + x^2}$$

și să se explice rezultatul.

A. G.

VII. 211. Să se găsească derivata funcțiunii y de x, definită de ecuațiunea:

$$y\sqrt{1 - x^2} + x\sqrt{1 - y^2} = a$$

și să se explice rezultatul. A. G.

VII. 222. Să se arate că dacă P este număr întreg, funcțiunile

$$y = \sin^{2p} x - \cos^{2p} x + 1 \quad \text{și} \quad u = 1 - \cos 2x$$

au *maximile* și *minimile* pentru aceleași valori ale lui x.

Să se traseze curbele reprezentative ale variațiunilor lor.

O. N. Ț.

VII. 223. Să se rezolve sistemul:

$$x + y + z = 1$$
$$a(a+b)x + b(a+b)y + a(b-a)z = b(a-b)$$
$$a(a-b)x + b(b-a)y - a(a+b)z = -b(a+b).$$

C. I. Ț.

VII. 224. Să se construiască trapezul de arie maximă, având trei laturi egale cu a.

C. I. Ț.

VII. 225. Dacă în determinantul circulant

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

se înlocuește elementele unei coloane prin elemente egale, determinantul ia aceeași valoare, oricare ar fi coloana înlocuită.

A. V. N.

Clasa VIII-a. *Exerc. 148.* Să se rezolve ecuațiunea:

$$a_1a_2a_3x^3 - (a_1a_2^2 + a_2a_3^2 + a_3a_1^2)x^2 + (a_1^2a_2 + a_2^2a_3 + a_3^2a_1)x - a_1a_2a_3 = 0.$$

C. I. B.

VIII. 149. Să se studieze, cu ajutorul teoremei lui ROLLE, ecuațiunea:

$$2x^5 + 2\alpha x^2 + 3 = 0.$$

Să se calculeze rădăcinile reale în cazul particular $\alpha = -\frac{5}{2}$.

G. D. S.

VIII. 150. Să se discute ecuațiunea

$$x^4 - 150x^2 - (4\lambda^2 + 2\mu^2 - 100)x - (\mu^2 + \lambda + 10)\lambda = 0.$$

N. M.

VIII. 151. Să se rezolve ecuațiunea:

$$210x^4 - 247x^3 + 101x^2 - 17x + 1 = 0,$$

știind că are rădăcinile simple fracționare.

C. I. Ț.

VIII. 152. Să se rezolve ecuațiunea:

$$(a^3 - 4a^2 + 5a - 2)x^3 + x + 1 = 0.$$

In ce caz toate rădăcinile sunt reale?

C. I. Ț.

VIII. 153. Fiind date punctele $M_1(x_1, y_1)$; $M_2(x_2, y_2)$;

$$M'_1\left(x_1 - \frac{3}{2}a\,\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2},\ y_1 - \frac{3}{2}b\,\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2}\right)$$

$$M'_2\left(x_2 - \frac{3}{2}a\,\frac{ax_2 + by_2 + c}{a^2 + b^2},\ y_2 - \frac{3}{2}b\,\frac{ax_2 + by_2 + c}{a^2 + b^2}\right),$$

să se găsească ce relațiune există între coordonatele punctelor N_1 și N_2 situate respectiv pe dreptele M_1M_2, $M'_1M'_2$ pentru ca perpendicularele ridtcate în N_1 și N_2 și dreapta

$$ax + by + c = 0$$

să fie concurente.

H. P. I.

VIII. 154. Două drepte D și D' fixe trecând prin centrul a două cercuri concentrice: (A) fix și (B) variabil, le taie în A, B și A', B'. Locul geometric al intersecțiunii (AB', A'B) este bisectoarea unghiului dreptelor D, D'.

N. M.

VIII. 155. Se dă funcțiunea:

$$f(x) = (a+1)\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1} + x^2 + ax$$

și se cere:

a) Să se determine a, astfel ca $f'(x) = 0$ să aibă două rădăcini egale și contrarii.

b) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$.

c) Să se reprezinte variațiunea funcțiunii $y = f'(x)$.

A. V. N.

Pentru toate clasele. *Exerc. 50.* Să se calculeze derivatele funcțiunii:

$$w = e^{xyz}.$$

A. A. R.

T. C. 51. Să se calculeze derivata funcțiunii:

$$y = a^{\sin(c+bx) + \cos(c+bx)}.$$

A. A. R.

T. C. 52. Să se arate că dintr'un patrulater oarecare de hârtie nu se poate face prin îndoituri o piramidă cu baza un patrulater.

A. G.

T. C. 53. Intr'un patrulater oarecare cu laturile $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{CD} = c$, $\overline{DA} = d$ și cu diagonalele $\overline{AC} = m$, $\overline{BD} = n$ tăindu-se subt un unghiu φ, avem relațiunea:

$$\frac{1}{2}\Sigma\, ab \sin B = mn \sin\varphi.$$

A. G.

T. C. 54. Să se arate, că într'un tetraedru cu muchiile opuse egale, avem relațiunile:

$$\cos\alpha = \frac{2\cos A}{\sin B \sin C} - 1 = 1 - 2\operatorname{cotg} B \cdot \operatorname{cotg} C,$$

A, B, C fiind unghiurile triunghiului care este una din fețele tetraedrului, α fiind unghiul diedru corespunzător.

C. I. Ț.

T. C. 55. Se dă o dreaptă (Δ) și un punct P. Se cere să se ducă prin P, numai cu rigla și compasul, o dreaptă care să facă cu (Δ) un unghiu de $37^0\,30'$.

H. P. I.

T. C. 56. Doi copii mergând cu «Moş Ajunul» au strâns câte *200* de nuci. Ştiind că dela casele cu număr par au primit câte *o* nucă, dela casele cu număr patrat perfect câte *două* nuci, i dela cele cu număr cub perfect câte *trei* nuci, iar dela celelalte *niciuna*, se întreabă câte case are satul?

I. L.

T. 57. Să se demonstreze că numerele $p(p \pm 2)$ nu pot fi patrate perfecte.

G. B.

Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului şi se redactează după „Instrucţiunile" publicate în Nr. 1 pag. 24, pentru a fi luate în considerare.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică»

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII ştiinţifică, Ediţia V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediţia III revăzută şi îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu şi G. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învăţăminte Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută şi adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste preţuri se vor adăuga taxele poştale pentru expediţie.

/

Dr 6. —

BIBLIOTECA CENTRALA
„ASOCIATIUNII"
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA
SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 6 — 1 MARTIE 1937

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE"

După cum s'a anunţat în numărul 1, din Octomvrie 1936, al *Gazetei Matematice, Supliment cu exerciţii*, anul acesta se va ţine un concurs de matematici între elevii liceelor din ţară şi elevii anului preparator al Şcoalei Politehnice REGELE CAROL II din Bucureşti.

Dintre candidaţii înscrişi au fost admişi a se prezenta la concurs următorii:

Pentru Clasa IV-a: *Albeanu Gh. Ioan, Burlea M. Alexandru, Cismaru Victor, Creţu Şerban, Ilie I. Nicolae, Măinescu Z. Ioan, Păuţa M. Moise, Popişca V. Mircea, Radianu Gh. Mircea, Tătaru Fr. Constantin, Vasiliu C. Dumitru, Vesa R. Virgil.*

Pentru Clasa V-a: *Anastasiu M. M., Bădescu Florea Constantin, Buzescu Claudia Georgeta, Buznea D. D., Cârdei D. Gheorghe, Ciobanu I. Victor, Constantin V. Pantelimon, Crăciunescu I. Marcel, Deciulescu D. Gheorghe, Dincă Alex. Ştefan, Ionescu D. Stelian, Jareghie V. Ioan, Mingea N. Marian, Moisiu M. Cornel, Negulescu Alex. Vladimir, Paicu Gh. Mircea, Paparizu I. Gabriel, Petcu T. Valerian, Pop Grigore Ilie, Popa D. Mircea, Rohr Iosif Alex., Theodorescu N. Dorin, Toma I. Victor, Trufim C. Traian, Turcu R. Alexandru, Turlescu L. Aurel, Vasilescu-Stabu Al. Mircea.*

Pentru Clasa VI-a: *Bejenaru Gh. Victor, Burghelea Scarlat Cezar, Cetăţeanu Stelian, Constantinescu Vasile, Florescu L. Victor, Ion A. Ilie, Jipa C. Alexandru, Mamut Petre, Pântescu C. C-tin, Pasere S. Emil, Pascaru I. Ioan, Pop A. Alexandru, Rădulescu G. Oct., Stănculescu I. Mircea, Tătaru N. Nicolae, Zolotovici I. Dumitru.*

Pentru Clasa VII-a: *Apostol V. Radu, Bădescu Florea Ioan, Bădescu Gh. Nicolae, Boian D. Emil, Cetăţeanu Nicolae, Cioc I. Dumitru, Ciurescu I. Radu, Cornăţeanu I. Aurel, Grigore M. Ioan, Hortopan Gh. Grigore, Nadolu T. Andrei, Nedelcu V.*

Nicolae, Negulescu D. Ştefan, Pădureţ A. Vasile, Paşoi N. Mircea, Petrescu P. I. Benone, Popescu M. Gheorghe, Popescu-Zorica N. Alexandru, Preciado I. Theodor, Romaşcan Georgeta, Şaichin O. Adolf, Ştefănescu D. Nic., Streder Gh. Ioan, Tilică C. Ştefan.

Pentru Clasa VIII-a: *Bazac I. Alexandru, Beiu Palade Ernest, Bogdan Grigore Ioan, Botezatu C. Filip, Bucur N. V., Buzescu Andrei Valentin, Buzincu I. Ioan, Caraman D. Vasile, Cojocaru P. Petre, Enache D. Iordache, Galan D. Ioan, Matei D. Dumitru, Năstase Gr. Marin, Nedelescu Anton, Postelnicescu C. Mircea, Tanasiciuc V. Claudiu, Ţiţeica I. Ilie.*

Pentru Anul Preparator al Şcoalei Politehnice: *Amărăşteanu F. Marcel, Martac V. Radu, Mihăilescu Paul, Mihalcea N. Nicolae, Popovici Gavril.*

Adică 12 candidaţi pentru clasa IV-a, 27 pentru clasa V-a, 16 pentru clasa VI-a, 24 pentru clasa VII-a, 17 pentru clasa VIII-a şi 5 pentru anul preparator al Şcoalei Politehnice.

Fiecare candidat va da câte o teză din ambele materii la care s'a înscris. Tezele sunt eliminatoare.

Prima teză va avea loc Joi 6 Mai 1937, dela ora 8^{30} până la 11^{30}, iar a doua teză, în aceeaşi zi, între orele 15 şi 18, la Şcoala Politehnică, Calea Griviţei 132.

Oralul va începe Vineri 7 Mai, ora 8^{30}.

Candidaţilor înscrişi la concurs, cari nu dispun de mijloace materiale pentru venirea şi întreţinerea lor în Bucureşti (după cum au arătat în cererile lor), li se vor trimite în vacanţa de Paşti sumele necesare transportului la Bucureşti şi li se va comunica locul unde vor fi găzduiţi în tot timpul concursului.

DELEGAŢIA SOCIETĂŢII.

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa V-a. *Exerc. 208.* Ştim că dacă $n = 2m$, atunci:

$$x_2 = x_4 = \ldots = x_{2m} = 0$$

$$x_1 = x_3 = \ldots = x_{2m-1} = 1.$$

Deci: dacă n este par: $S = \frac{n}{2}$

dacă n este impar: $S = \frac{n+1}{2}$.

I. L.

Clasa VI-a. *Exerc. 160. Să se rezolve sistemul de ecuaţiuni:*

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{y + 2\sqrt{y}}$$

$$\operatorname{tg} 2x = \sqrt{y - 2\sqrt{y}}.$$

GH. B.

Acest exerciţiu iese din cadrul exerciţiilor ce ne-am propus a publica în *Supliment,* de aceea dau numai indicaţii asupra metodei de rezolvare. Se înlocueşte în identitatea

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$\operatorname{tg} x$ prin membrul II al primei ecuaţii. Rezultatul se egalează cu membrul II al celei de a doua ecuaţie şi se obţine o ecuaţie în y.

Clasa VIII-a. *Exerc. 69. Să se arate că.*

$$\int \frac{dx}{1 - \cos x} = -\operatorname{cotg} x - \operatorname{cosec} x + c.$$

A. A. R.

Putem scrie succesiv:

$$\int \frac{dx}{1 - \cos x} = \int \frac{d\frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} = -\operatorname{cotg} \frac{x}{2} + c = -\frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} + c$$

$$= -\frac{2\cos^2 \frac{x}{2}}{2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}} + c = -\frac{1 + \cos x}{\sin x} + c$$

$$= -\operatorname{cotg} x - \operatorname{cosec} x + c.$$

VIII. 123. Să notăm aceste rădăcini:

$x_1 = u - 3v$, $x_2 = u - v$, $x_3 = u + v$, $x_4 = u + 3v$.

Rădăcinile unei ecuaţii reciproce se pot grupa două câte două astfel ca produsul lor să fie 1.

Putem face următoarele grupări:

$$\text{I} \begin{cases} (u - 3v)\ (u - v) = 1 \\ (u + 3v)\ (u + v) = 1 \end{cases} \qquad \text{II} \begin{cases} (u - 3v)\ (u + v) = 1 \\ (u + 3v)\ (u - v) = 1 \end{cases}$$

$$\text{III} \begin{cases} (u - 3v)\ (u + 3v) = 1 \\ (u - v)\ (u + v) = 1 \end{cases}$$

Sistemul I ne dă soluțiile $\begin{cases} u = 0 & v = \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ u = \pm 1 & v = 0. \end{cases}$

Sistemul II ne dă soluțiile $\begin{cases} u = 0 & v = \pm \dfrac{i}{\sqrt{3}} \\ u = 1 \pm & v = 0. \end{cases}$

Sistemul III ne dă: $u = \pm 1$, $v = 0$.

Lăsând la o parte soluțiile pentru care $v = 0$, rădăcinile distincte sunt:

$$x_1 = -\frac{3}{\sqrt{3}},\ x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}},\ x_3 = \frac{1}{\sqrt{3}},\ x_4 = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

și

$$x_1 = -\frac{3i}{\sqrt{3}},\ x_2 = -\frac{i}{\sqrt{3}},\ x_3 = \frac{i}{\sqrt{3}},\ x_4 = \frac{3i}{\sqrt{3}}$$

iar ecuațiile care admit aceste rădăcini sunt:

$$x^4 \mp 10x^2 + 3 = 0.$$

Se observă că ecuațiile acestea sunt în același timp reciproce și bipatrate.

Observații. Se poate da și o soluție cu ajutorul relațiilor între rădăcini și coeficienți.

G. D. S.

Pentru toate clasele. *Exerc. 2. Pentru ce valori ale lui* n, *câtul de la exercițiul precedent este un patrat perfect?*

GH. B.

La exercițiul precedent se cerea să se arate că dacă

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

se divide prin

$$S_1 = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

câtul este neapărat pereche. In adevăr

$$Q = \frac{S_2}{S_1} = \frac{2n+1}{3}$$

şi $2n+1$ se divide cu 3 când $n = 3p+1$. Deci

$$Q = \frac{6p+3}{3} = 2p+1.$$

Pentru exerciţiul de faţă trebue să avem

$$x^2 = 2p+1 \qquad \therefore \quad p = \frac{x^2-1}{2}$$

şi deci

$$n = 3p+1 = 3 \cdot \frac{x^2-1}{2} + 1 = \frac{3x^2-1}{2}.$$

Ca n să fie întreg, trebue $x = 2y+1$, deci

$$n = \frac{3(2y+1)^2-1}{2} = 6y^2+6y+1$$

y fiind întreg.

Până la 10 Februarie s'au primit soluţii bune pentru exerciţiile publicate în numerele 2, 3, 4 şi 5 dela [1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Vasiliu C. Margareta (IV: 210). — *Clasa V-a:* Constantinescu D. Paula (V: 220, 35, 53), Niculescu C. Paula (V: 214, 9, 29), Nissim L. Mioara (V: 235); Rennert H. Tica (V: 232, 5, 53). — *Clasa VI-a:* Marcoşanu M. Otilia (VI: 199). — *Clasa VII-a:* Beral I. Edith (VII: 200), Braghină Justina (VII: 199, 200, 3, 7, 8, 15, 8*, VIII: 148*, 51, 202, T. c.: 30, 1, 4, 5, 41, 3, 4), Gabrielescu Aristiţia (VII: 199, 207, 13). — *Clasa VIII-a:* Crăciunescu I. Maria (VIII: 124, 5, 34, 41, T. c.: 30, 41), Marinescu D. Maria (VIII: 140, 46*, T. c.: 49), Petrov E. Elena (VIII: 140, 1*, 6*, T. c.: 46); Ştefănescu I. Steleana (T. c.: 41); Teodorescu A. Cornelia (VIII: 141)

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Brumă D. Cornelia (IV: 213), Halunga Speranţa (IV: 203, 7, 10, 23), Ledunca Ş. Gabriela (IV: 193), Ştefiea I. Anca (IV: 202, 3*, 7, 23, 4, VI: 209), Soare N. Maria (IV: 213). — *Clasa VI-a:* Dumitrescu Jeana (VI: 194, 202, 6), Nicolau A. Elena (VI: 194, 202, 6, T. c.: 26), Tudoran M. Sonia (VI: 194, 210, T. c.: 41). — *Clasa VII-a:* Romaşcan G. Georgeta (VII: 195, 9*, 203, T. c.: 30, 1, 40, 1, 9, 53*), Stănescu N. Virginia (VII: 212, 3, 5).

Liceul de fete „Regina Maria" Bucureşti.

Clasa IV-a: Goldenberg F. Cleo (IV: 192, 3, 200, 1), Iliescu Florica (IV: 202, 3, 8). — *Clasa V-a:* Şerbănescu Viorica (V: 235*, 6, 9, 42, 4, 9, 51, 3, 6, 7, 8*, 61). — *Clasa VII-a:* Jacoby D. Marcela (VII: 202, 7, 15).

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Institutul de fete „Pompiliu" Bucureşti.

Clasa IV-a: MĂNESCU AL. LIA (IV: 211, 3*, 23, 4), MARINESCU ŞT. RODICA-FLORICA (IV: 211, 24), TEODORESCU ŞTEFANIA (IV: 192, 3).—*Clasa VII-a:* BERCOVCI RAŞELA LIA (VII: 210, 2, 3), GÜTTER M. BERTHA (VII: 210, 3, T. c.: 30), NETZLER JOSETTE (VII: 210, 2), TOPOLEANSKY I. EVA (VII: 201, 10, 2, 3, T. c.: 30).

Externatul Ortodox „Zoe Romnicianu" Bucureşti.

Clasa V-a: OANCEA ILEANA (V: 219, 20, 4). — *Clasa VI-a:* GHEORGHIU D. M. GABRIELA (VI: 201, 2, 6, T. c.: 27), IONESCU I. MARGARETA (VI: 200, 2, 6, T. c.: 27).—*Clasa VII-a:* BURICOVICI S. CLARISSE (VII: 213).—*Clasa VIII-a:* ROCIU I. MARGARETA (VIII: 134, 41*, T. c.: 34, 5).

Liceul de fete „Domniţa Ileana" Bucureşti.

Clasa IV-a: CRĂCIUN A. MARIA (IV: 192, 203, 7, 13). — *Clasa VI-a:* CIŞMILEANU GH. PARASCHIVA (VI: 201, 2, 6).

Liceul „Ortodox" Internat Bucureşti.

Clasa IV-a: VIDRIGHIN EUGENIA (IV: 203). — *Clasa V-a:* PLĂVIŢESCU CLEMENTA (V: 236, 53, 7, 8).

Institutul de fete „Sf. Maria" Bucureşti.

Clasa VII-a: CHIS I. MARIA (VII: 200), LEOOŞTEANU P. LUCIA (VII: 200, 5

Liceul de fete „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa IV-a: IONESCU I. LAETIŢIA (IV: 192).

Institutul de fete „Sf. Elena" Bucureşti.

Clasa VII-a: ELSON S. EVA (T. c.: 27).

Liceul de fete „Principesa Elena" Braşov.

Clasa V-a: ISTRATE I. ILEANA (V: 256, 8*, 61*).

Liceul de fete Caracal.

Clasa VII-a: MUSCELEANU ILEANA (VII: 201, 2).

Liceul de fete „Oltea Doamna" Cernăuţi.

Clasa V-a: SCHMERZLER M. RICA (V: 236, 8, 48, 9, 53, 4).

Liceul de fete „Mihail Kogălniceanu" Galaţi.

Clasa VII-a: NOEHOVICI V. SUZANA (VII: 189, 190, 3, 4, 202, 7, 13).

Liceul de fete „Oltea Doamna" Iaşi.

Clasa VII-a: STOICESCU GH. CRISTINETA (VII: 207).

Liceul de fete „Carabella“ Târgoviște.

Clasa IV-a: Angelescu I. Elena (IV: 192, 8), Popescu D. Liliana (IV: 192), Stănescu G. Elena (IV: 192, 207), Tarhanian N. Seda (IV: 198).

Liceul de fete „Carmen Sylva“ Timișoara.

Clasa VIII-a: Guttmann Paraschiva (VIII: 141*).

Liceul de fete „Principesa Elena“ Turnu-Severin.

Clasa IV-a: Aniţescu G. Constanţa (IV: 211), Cioclov I. Viorica (IV: 200), Pătuleanu I. Antuza (IV: 192, 3, 203, 7). — *Clasa VII-a:* Modâlcă S. Ana (VII: 200, 13, T. c.: 27, 31).

Liceul „Gh. Lazăr“ București.

Clasa IV-a: Friedman I. B. (IV: 198, 223), Krauss V. R. (IV: 203, 13, 24, 31), Zane L. Al. (IV: 192, 3, 200). — *Clasa V-a:* Areșteanu O. H. (V: 238, 41, (T. c.: 35, 41), Arjocianu (V: 259), Diaconu I. Gh. (V: 220, 42) Ioanid C. P. (V: 223, 4, 6), Manoilă S. Al. (V: 223, 4), Popescu M. Gh. L. (V: 220, 3, 9). — *Clasa VI-a:* Schwarz I. (VI: 210, 4, 8, 25, T. c.: 41). — *Clasa VII-a:* Aderca F. M. (VII: 213), Cotingariu D. (VII: 213, 24), Decusară E. N. (VII: 213), Herbstein U. A. (VII: 213 24), Mihail G. G. (T. c.: 31), Popescu A. M. (VII: 190, 218), Segal B. (VII: 189, 94, 5), Teju S. G. (T. c.: 41). — *Clasa VIII-a:* Botton J. Th. (VIII: 127, 34), Begu I. Șt. (VIII: 141), Ballan A. M. L. (VIII: 124*, 7, 8*, T c.: 26, 7, 30, 1), Drăghicescu F. M. (VIII: 130, 1, 40), Mihail Gh. Gh. (VIII: 127, 8, T. c.: 30), Slăvescu T. R. (VIII: 127, 8, 30, 1, T. c.: 27).

Liceul de băeți „Aurel Vlaicu“ București.

Clasa V-a: Lenart I. (V: 236, 48, 54), Negoescu Th. (V: 220, T. c.: 27), Panaidor G. I. (V: 220, T. c.: 27). — *Clasa VI-a:* Carol E. (VI: 208), Constantinescu I. Th. (T. c.: 26), Constantinopol I. T. (VI: 207, 8), Fulga Traian (T. c.: 30), Georgescu N. C. (VI: 208, T. c.: 27, 30, 41), Ilbe C. E. (T. c.: 27), Ionescu C. V. (VI: 202, 8, T. c.: 27, 30), Litvin B. Al. (VI: 199, 207), Rădulescu C. A. (VI: 208), Răduț M. (VI: 202, 8, T. c.: 27, 30), Trifănescu E. (VI: 208), Tudor D. V. (VI: 202, 6, 8, T. c.: 27, 30). — *Clasa VIII-a:* Cuzescu P. A. V. (VIII: 141).

Liceul „Mihaiu Viteazu“ București.

Clasa IV-a: Antonescu N. Gh. (IV: 224), Einschenk R. Ig. (VI: 202, T. c.: 27), Radu I. Marin (VI: 228, 32), Enciulescu G. I. (VII: 207). — *Clasa VII-a:* Budiș C. Tr. (T. c.: 27), Antonescu N. V. (VIII: 189, 200 T. c.: 30), Ghica N. P. (T. c.: 27), Iulian N. A. (VII: 200, 5), Landesmann H. I. (VII: 189, 90, 3), Lascăr M. (VII: 190, 200, 5), Porumbescu V. N. (VII: 190, 5), Serdici V. G. (VI: 198, 200, 1, 2), Slomneanu I. I. (VII: 221).

Liceul „Spiru Haret“ București.

Clasa V-a: Angelescu C. C. (V: 223, 4*, 36, 42), Grigoriu A. C. (V: 219, 20, 4, 9), Șeibulescu A. C. (V: 120, 4), Solomon M. M. (V: 220, 4). — *Clasa Vi-a:* Cernovodeanu I. I. (VI: 228), Stănculescu I. M. (VI: 226, T. c.: 30, 41). — *Clasa VII-a:* Stănculescu I. I. (VII: 189, 213).

Liceul „Matei Basarab“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Constantinescu I. Gh. (VII: 199*, 200, 1, 5*, 13, 5*, T. c.: 41, 4), Şaichin O. Ad. (VII: 206, 7, 10, 3, VIII: 134, 41, T. c.: 34, 5, 8, 9, 43, 4), Silberman T. (VII: 207, 13, T. c.: 30).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti

Clasa IV-a: Ciurescu I. F. (V: 220, 3, 4, 61). — *Clasa VI-a:* Mihăescu I. A. (VI: 210). — *Clasa VII-a:* Ciurescu I. R. (VII: 210, 2, 5, 23, VIII: 133, 4, 5, 41, 51*, T. c. 34), Popoviciu L. (VII: 213).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Costescu Gh. I. (V: 231, 6, 57, T. c.: 55), Leibovici S. (V: 219, 23, 7, 36). — *Clasa VII-a:* Bădulescu D. (VIII: 200), Gheorghiu V. M. (VII: 200, 5*, 13, 5), Mateiu B. Z. (VII: 194), Zelig B. M. (VII: 200, 5, T. c.: 41).

Liceul „D. Cantemir“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Soreanu S. (VII: 189). — *Clasa VIII-a:* Georgescu N. N. (VIII: 127, 9, T. c.: 30).

Liceul „Sf. Iosif“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Teodoroff A. F. (IV: 192, 3). — *Clasa V-a:* Teodoroff A. St. (V: 224, 9). — *Clasa VI-a:* Ardare N. (VI: 225, T. c.: 41). — *Clasa VII-a:* Popescu-Zorica Al. (VII: 210, 3). — *Clasa VIII-a:* Pancu C. C. (T. c.: 26, 7, 30).

Institutul „Schewitz-Thierrin“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Pantazi Ion (VI: 202, 28, T. c.: 27).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Michelson I. L. (VI: 213, 4, 8, T. c.: 41).

Liceul „Libros“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Segal J. (VI: 228, T. c.: 43),

Liceul „Mihaiu Viteazu“ Alba-Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu-Stabu A. Mircea (V: 244, 8, 9, 51*, 2, 3, 4, VI: 222, 3, 6*, 7, 8, 32*, 3, VII: 207*, 11, 2, 3, VIII: 121*, T. c.: 42, 3, 4, 19*).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa IV-a: Brasch A. M. (IV: 193, 298), Gligor N. I. (V: 192, 3, 202, 7, 10, 13, 20), Popp P. (IV: 213, T. c.: 35, 44).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa V-a: Pârvu V. A. (V: 242). — *Clasa VII-a:* Rester V. (VII: 200), Tudor C. G. (VII: 195).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa IV-a: Balan G. G. (IV: 192, 3), Chiriac A. A. (IV: 192, 3), Grigoraș E. E. (IV: 192, 3, 202, 3, 7), Stamatescu M. A. (IV: 192, 3). — *Clasa VII-a:* Ciocoiu A. A. (VII: 203, 18, 24).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuș.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI: 206, 10, 21, 2, 3, 5, 7, 8, 32, 3, VIII: 141, T. c.: 35, 44), Todoran G. G. (VI: 198, 200, T. c.: 30),

Liceul „T. Laurian“ Botoșani.

Clasa VI-a: Ciomaga I. I. (VI: 213, 28).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Dumitrescu B. A. (V: 200), Ilie A. Gh. (V: 248, 9, 53 4, 6, 7, 8), Nicolau V. Ed. (V: 231, 2, 9, 48, 9, 53, 4), Stroescu M. A. (V: 247, 54), Trefilov I. M. (V: 232, 42, 8, VI: 232, VII: 213). — *Clasa VI-a* Bucurenciu S. Al. (VI: 222, 3, 8, 34).

Liceul „Andrei Șaguna“ Brașov.

Clasa IV-a: Bădoiu F. R. (IV: 192, 3, 202, 13), Iacov L. (IV: 203, 13). — *Clasa V-a:* Tănăsescu I. Gh. (V: 219, 20, 9). — *Clasa VI-a:* Ciocoiu D. N. (VI: 210), Padar I. C. (VI: 202, 25, T. c.: 26, 35, 43).

Liceul Internat Buftea.

Clasa V-a: Cernescu G. (V: 235), Eftimiu Em. (V: 236), Nicolae M. (V: 220), Turceanu N. (V: 236), Vișan N. C. (V: 236).

Liceul „Dr. C. Angelescu“ Buzău.

Clasa VI-a: Geambașu V. T. (T. c.: 35).

Liceul „B. P. Hașdeu“ Buzău.

Clasa VII-a: Ivașcu V. A. (VII: 193, 200, 5).

Liceul „Știrbei Vodă“ Călărași.

Clasa V-a: Iancu I. Gh. (V: 249, 53, 4, 7), Ivașcu D. M. (V: 219, 49, 53, 4), Pantelimon V. T. (V: 242), Rădulescu G. Em. (V: 219, 24, 49, 54). — *Clasa VI-a:* Popescu L. H. (VI: 202), Ștefănescu Gh. (VI: 222, 8), Zaharia I. C. (VI: 228).

Liceul „Ioniță Asan“ Caracal.

Clasa VII-a: Lazăr I. I. (VII: 195, T. c.: 27), Mihăilescu M. E. (VII: 195, T. c.: 27).

Școala Normală Carei.

Clasa III-a: Neagu M. M. (V: 226, T. c.: 30).

Liceul „Marele Voevod Mihai" Cernăuți.

Clasa V-a: Ivanier I. B. (V : 223, 36).

Liceul „Ortodox" Cernăuți.

Clasa V-a: Rohr. Alex. (V : 252). — *Clasa VIII-a:* Cardos Francisc (VIII : 125, 30).

Liceul „Alecu Russo" Chișinău.

Clasa IV-a: Andrunachievici A. D. (IV : 182, V : 236).

Liceul „B. P. Hajdeu" Chișinău.

Clasa V-a: Marcher N. M. (V : 229, 36, VI : 201).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa V-a: Adalberg H. (V : 249), Demetru V. I. (V : 240, 58), Munteanu G. I. (V : 249). — *Clasa VII-a:* Albon A. E. (VII : 189, 90, 3, 213, 8), Bostangiu D. I. (VII : 190, 4, 5, 9, 205, 7, 10*, 2, 3, 5), Deri L. A. (T. c.: 41). — *Clasa VIII-a:* Căpușanu I. L. (VIII : 125), Schwartz A. (T. c.: 27).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Cluj.

Clasa IV-a: Krauss A. (V : 254), Rosenberger I. E. (IV : 192, 3, 201, 2, 3, 7, 8, 9, 10, T. c.: 41).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa IV-a: Botezatu I. (IV : 223, 4), Vuia R. (IV : 223, 4).

Liceul „Mircea Cel Bătrân" Constanța.

Clasa VI-a: Constantinescu I. V. (VI : 201), Preda Gr. N. (VI : 198, 202, 9, 27, 8), Stamatiade G. P. (VI : 198, 201, 2, 8).

Colegiul Național „Carol I" Craiova.

Clasa VI-a: Cetate-Ciceiu C. (T. c.: 41).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa IV-a: Roth I. I. (IV : 192, 8, 200).

Liceul „Nicu Gane" Fălticeni.

Clasa IV-a: Ghelberg N. W. (IV : 202, 3, 7, 8, 9, 10). — *Clasa VI-a:* Dimitrov V. C. (VI : 198, 212, 21, 8, VIII : 128, 48, 51). — *Clasa VII-a:* Teschievici M. Gh. (VII : 202, 5, 12, 3, 5).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa III-a: Iosipescu C. I. (IV : 214*, 20).

Liceul „V. Alexandri" Galați.

Clasa VII-a: Semenescu I. M. (VII : 186, 9, 195, 202).

Liceul particular evreiesc Galaţi.

Clasa V-a: Jean M. I. (V: 230, 6), Vaisman I. M. (V: 249). — *Clasa VII-a:* Behrman S. M. (VII: 189, 90, 3, 4, T. c.: 27, 41), Schor D. L. (VII: 190, 3, 4, 5).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: Bilcea D. Gh. (VII: 199, 200, 5*, 15), Marinescu D. Gh. (VII: 200*, T. c.: 41).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iaşi.

Clasa VI-a: Danţuş I. Tr. (VI: 206, 10, 28), Dobrovici D. (VI: 202). Motaş C. C. (VI: 201, 2, 22, 8), Reischer L. H. (VI: 214, 28, 33, 44, T. c.: 41, 3), Rosenblat I. M. (VI: 201, 2, 10, 21, VIII: 133, T. c.: 27). Solomon I. (VI: 210, 4, 28, 33, 44). — *Clasa VII-a:* Andonie L. M. (VII: 196, 9, 202, 3*, 4, 5*, T. c.: 35, 41).

Liceul Naţional Iaşi.

Clasa VII-a: Gheorghiu Şt. V. (VII: 193, 200, 7, 13).

Liceul „Alexandru Cel Bun" Iaşi.

Clasa VII-a: Traubici I. L. (VII: 205).

Liceul „Coriolan Bredicianu" Lugoj.

Clasa V-a: Potoceanu C. I. (V: 236, 53, 4), Radoslav G. I. (V: 214, 20, 6, 35, 6, 9, T. c.: 26, 30), Vintan I. L. (V: 228, 53, T. c.: 26, 7). — *Clasa VI-a:* Sorian I. O. (VI: 198, 207, T. c.: 41).

Liceul „Tasse Dumitrescu" Mizil.

Clasa V-a: Teodorescu T. Gh. (V: 239). — *Clasa VI-a:* Buznea C. R. (VI: 194, 206), Geambaşu T. (VI: 199, T. c.: 35), Popescu M. Al. (VI: 198). — *Clasa VII-a:* Ioniţă D. M. (VIII: 122), Popescu D. S. (VII: 203, 4, 7, 9, 12, 3, VIII: 134), Mihălaşcu G. (VII: 207, 13).

Liceul „Petru şi Pavel" Ploeşti.

Clasa V-a: Stănescu G. G. (V: 235), Stoica M. I. (V: 200), Vasilescu A. G. (V: 219, 20, 35, 42*), Zotta S. S. (V: 219). — *Clasa VIII-a:* Anastasescu M. M. (VIII: 125, 34, 5, 41, T. c.: 27, 40), Vulcan G. N. (VIII: 124).

Liceul „Alex. Lahovari" Râmnicu-Vâlcea.

Clasa VII-a: Iepureanu M. I. (VII: 194, 200), Lăzărescu M. M. (VII: 189, 94*).

Liceul „Simion Bărnuţiu" Şimlăul Silvaniei.

Clasa VI-a: Pantazescu I. E. (VI: 198, 9, 200, 1, 2, 8, 9*, 12, 8*, T. c: 26, 30, 4, 5, 40, 1).

Liceul „Radu Greceanu" Slatina.

Clasa VI-a: Ghiţuleasa C. I. (VI: 198, 201, 68, 20, T. c.: 41).

Liceul „Enăchiță Văcărescu" Târgoviște.

Clasa VI-a: Iliescu C. Petre (VI: 199).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Tg. Jiu.

Clasa IV-a: Mărășescu V. A. (IV: 202). — *Clasa V-a:* Nemetz E. R. (V: 219, 20). — *Clasa VII-a:* Căpățână I. G. (VII: 189, 93), Ratescu P. (VII: 193), Scurtu A. G. (VII: 193).

Liceul „D. A. Sturza" Tecuci.

Clasa IV-a: Andonie S. I. (IV: 197).

Liceul „Diaconovici Loga" Timișoara.

Clasa IV-a: Bakony C. C. (IV: 215, 8, 9), Mannheim G. A. (IV: 203, 7, 8, 9, 15, 8, 9, 20), Teleguț M. (IV: 192, 3, 200, 2, 3). — *Clasa VII-a:* Morariu I. T. (VII: 213, T. c.: 27, 30).

Liceul Piarist Timișoara.

Clasa V-a: Smahausen G. (V: 229).

Liceul „Regele Ferdinand" Turda.

Clasa V-a: Kalman A. (V: 236, 53, 4).

Liceul „Traian" Turnu Severin.

Clasa IV-a: Birău I. (IV: 202, 3, 7, 12, 3, 22, 3, 57), Glogojanu I. M. (VI: 213, 9, 31, V: 235), Mărășescu A. (IV: 219, 23, 31). — *Clasa V-a:* Bârceru Gh. V. (V: 236, 47*, 54), Căpraru C. Al. (V: 219, 36, T. c.: 27), Paulini I. R. (V: 220. 49, 54). — *Clasa VI-a:* Mitea C. M. (VI: 228), Modâlcă S. E. (VI: 213, 4*, 20, 5*, 8, T. c.: 41). — *Clasa VII-a:* Motreanu T. I. (VII: 201*, 2, 8, 11*, 3, T. c.: 41), Predescu I. N. (VII: 199, 203, 7, 8, 13, 8, T. c.: 31).

Liceul militar „Nicolae Filipescu" Mănăstirea Dealu.

Clasa III-a: Crăciunescu I. M. (V: 231). — *Clasa IV-a:* Bârlea G. V. (IV: 203, 7, 9, 10, 20, VI: 202), Boeru C. A. (T. c.: 27), Chintescu M. (IV: 223), Georgescu C. F. (IV: 203, V: 202, 20, VII: 207), Mihăilescu M. E. (V: 220). — *Clasa V-a:* Adamescu N. V. (V: 239), Anastasiu M. M. V: 221, 36, 53, 4), Andrievici N. (V: 202, 53, 4, VII: 213), Bogza A. (253, 4), Buznea D. D. (V: 224, 31, 2, 5, 6, 8, 9, 40, VI: 198, 202, T. c.: 41), Cernat C. (V: 220, 5), Ciutac Șt. (VI: 198, 200), Deciulescu D. G. (V: 210, 49, 63, VII: 207, 13, T. c.: 41), Diaconescu M. (V: 220, 9, 30, 1, VI: 199, 206, VII: 198, 234, T. c.: 37), Dumitrescu A. G. (V: 220, 9, 48), Georgescu S. E. (V: 235, 6, 49, VII: 213), Gheorghiu S. G. (V: 223, 36, VI: 201, 2), Heroiu N. Sp. (V: 257), Horga L. (VI: 236), Jipescu N.

(V : 240, 54), Popa C. C. (V : 236, 53, 4), Popescu T. M. (V : 223, 5, 6, 9, 53, VI : 200, T. c. : 30), Rădulescu N. (V : 229, 54), Roboiu G. N. (V : 223, 6, 9, 54, VII : 200, 19, T. c. : 27, 30), Staicu I. N. (V : 218, 23, 9, 64, VII : 213), Stoenescu D. M. (V : 225, 30, 48, 53, 4, VII : 213, T. c. : 41), Teodorescu N. D. (V : 200, VI : 210, VII : 213), Varo N. (V : 236, 40). — *Clasa VI-a :* Nicolaescu G. (VI : 227, 8).—*Clasa VII-a :* Dobre T. (VII : 190, 4, 5), Ion C. P. (VII : 200), Negulescu Şt. (VII : 189), Petrescu P. B. (T. c. : 34, 5), Stănescu S. (VII : 193, 5, 200), Ştefănescu C. (VII : 213, 8).

Liceul Militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa IV-a : Cătulescu E. (IV : 192). — *Clasa V-a :* Badea I. (V : 231, 5), Bădescu F. C. (V : 227, 9, 30, 1, 2, 5, 6). — *Clasa VII-a :* Cioc I. D. (VII : 187, 199, 200, 2, 5*, VIII : 134).

Liceul militar „Mihai Viteazu" Târgu Mureş.

Clasa IV-a : Cismaru V. (IV : 213), Dumitriu V. (T. c. : 26), Jianu R. M. (IV : 203), Păuţa M. (IV : 210, 23), Sava V. D. (IV : 200, 1, 13), Vasiliu C. D. (IV : 203, 8, 9, 10). — *Clasa V-a :* Brânzei G. D. (V : 232, 9, 43, 4), Iofcea Ţ. (V : 239), Măinescu Z. I. (V : 220), Mingea N. M. (V : 232, 9, 43), Onofriesei M. (V : 244, 53, 4), Ţepeluş M. V. (V : 232, 44), Topolescu S. G. (V : 254). — *Clasa VI-a :* Constantinescu A. M. (VI : 228), Iacob Şt. (VI : 210, 28), Popescu F. A. (VI : 227, 8), Seşârceanu S. E. (VI : 228), Tătaru N. N. (VI : 230*, 3), Vişan I. (VI : 228). — *Clasa VII-a :* Dalban Gh. (VII : 189. 93, 4, T. c. : 26), Drăgulescu G. G. (VII : 200), Enciulescu I. I. (T. c. : 41), Hortopan G. G. (VII : 200), Hurezeanu C. (T. c. : 41), Toma N. N. (VII : 189, 90, 200), Vulcan C. (V : 213). — *Clasa VIII-a :* Cretan D. I. (VIII : 125), Mureşan G. (VIII : 134, 46).

Liceul militar „General Macarovici" Iaşi.

Clasa IV-a : Trufin T. (V : 241). — *Clasa V-a :* Cârdei D. G. (V : 243, 4, 9, 52, 3, 4), Petrescu V. A. (V : 243, 244), Popa D. M. (V : 224, 38, 41*, 3, 4, 9, 54, VI : 210, T. c. : 34, 35, 41), Turcu R. S. (V : 243, VII : 207).— *Clasa VII-a :* Bărcă G. G. (VII : 189, 90), Ionescu M. C. (VII : 189, 90, 4, T. c. : 26, 30).

Liceul militar „Ştefan Cel Mare" Cernăuţi.

Clasa IV-a : Moldovan N. D. (IV : 223), Ştefănescu St. S. (IV : 207), Ţuţuianu I. G. (IV : 224, 4). — *Clasa V-a :* Dovgan V. G. (V : 248, 9, 53), Iliescu G. R. (IV : 219, 20, 23), Ionescu D. St. (V : 232, 6, 9), Onişoru V. (V : 219, 20), Paicu M. (V : 253), Petrescu M. (V : 237, 9, 49), Rohoc I. A. (V : 243, 4, 54, VII ; 200, 10), Ştefănescu G. R. (V : 244). — *Clasa VII-a :* Floareş I. Ad. (VII : 215), Nedelcu V. N. (VII : 205, 10, 5).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa V-a : Petcu V. (V : 220, 4), Toma I. V. (V : 220, 9), Zancu A. (V : 220, 4). — *Clasa VII-a :* Milăilescu C. (VII : 213, VIII : 143*), Nicolae V. (VII : 213), Pădureţ V. (VII : 207), Simion N. I. (VII : 213).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Iunie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 232.* Să se rezolve ecuațiunea:

$$\frac{(x+a+b)(x-a+b)-(x-a-b)(x+a-b)}{(x+b+c)(x-b+c)-(x-b-c)(x+b-c)}=\frac{a+b}{b+c}.$$

C. I. B.

IV. 233. Să se rezolve ecuațiunea:

$$\frac{1727+4x}{347}=\frac{1321-5x}{437}+\frac{960-7x}{473}$$

și să se verifice soluțiunea aflată. O. N. Ț.

IV. 234. Lăsăm în apă o grindă paralelipipedică. Să se arate că înălțimea până la care se scufundă, nu depinde de bază și anume este egală cu produsul dintre înălțimea prismei și densitatea lemnului.

N. M.

IV. 235. Un excursionist merge dintr'un sat în altul; alt excursionist face câte un *km* pe oră mai puțin și a ajuns cu o oră mai târziu, însă o căruță care a plecat în același timp și care merge de două ori mai repede decât primul, a ajuns cu două ore înaintea lui. Cât e lungimea drumului?

N. M.

IV. 236. Fie un patrat ABCD de latură *a*. Din A și C se ridică perdendicularele AA′ și CC′ pe planul patratului. Știind că $\overline{AA'}=\overline{CC'}=b$, să se afle aria ce mărginește solidul care are muchiile

$$\overline{AA'},\ \overline{A'B},\ \overline{A'D},\ \overline{C'B},\ \overline{C'C},\ \overline{C'D},\ \overline{A'C'},\ \overline{AB},\ \overline{BC},\ \overline{CD},\ \overline{DA}.$$

H. P. I.

IV. 237. Se consideră o prismă dreaptă cu baza pătrată având latura *a* și înălțimea *2a*. Această prismă o despărțim în două corpuri printr'un plan perpendicular pe una din fețe și care întâlnește o muchie a feței la jumătatea ei, iar pe cealaltă la o treime.

Să se calculeze volumele celor două corpuri și suprafețele lor totale. G. D. S.

IV. 238. Se amestecă un număr de litri de benzină cu densitatea *0,740* cu un număr de litri de petrol cu densitatea *0,805* obținându-se un produs cu densitatea *0,753*. Vânzându-se acest produs cu *9 lei* litrul se câștigă *1780 lei* față de vânzarea separată a benzinei cu *10 lei* litrul și a petrolului cu *4 lei* litrul.

Să se afle ce cantități de benzină și petrol s'au amestecat.

A. A. R.

IV. 239. La unul din concursurile *Gazetei Matematice* s'a înscris un număr de candidați. Dintre aceștia 1/4 nu au fost admiși a se prezenta pentru lipsă de activitate la revista *Gazeta Matematică* și suplimentul ei. Din cei admiși 1/10 nu s'au prezentat, dar au anunțat cu nu pot participa, iar *trei* nu s'au prezentat și nici n'au anunțat (așa cum se cădea) că nu pot participa. Din cei prezentați la lucrarea scrisă, *trei* n'au semnat lucrările și n'au fost ținute în seamă, *unul* nu a predat lucrarea, iar *doi* au fost îndepărtați pentru încercare de fraudă; 2/3 din rest n'au fost admiși la oral. Din cei admiși la oral, *trei* au renunțat a se mai prezenta și 1/3 au fost premiați.

Știind că au mai fost menționați 1/5 din cei prezentați la oral, iar *13* au rămas cu mulțumirea c'au putut participa la concursul întreg, se cere numărul celor înscriși la acest concurs.

A. A. R.

IV. 240. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=ab \\ \dfrac{x}{b^2}+\dfrac{y}{a^2}=\dfrac{1}{ab} \end{cases}$$

și să se verifice sistemul de soluțiuni aflat.

U. M. F.

IV. 241. Patru prieteni *Aurica, Lucia, Marioara* și *Nicu* s'au întors din vacanță și-și socotesc banii ce le-au mai rămas. Ei au împreună 1820 lei. *Nicu* mai are atât cât mai au *Aurica* și *Marioara* împreună: *Lucia* mai are atât cât mai au *Marioara* și *Nicu* împreună; în sfârșit *Aurica* și *Nicu* au împreună de cinci ori mai mult decât are *Marioara.*

Cu câți bani s'au întors fiecare? I. S. A.

Clasa V-a. *Exerc. 267.* Se consideră ecuațiunile:

$$x^2 + px + q = 0 \; ; \; x^2 + p'x + q' = 0 \; ; \; x^2 + p''x + q'' = 0,$$

fiecare având câte o rădăcină comună cu celelalte două. Să se stabilească relația:

$$p'' = q'' \cdot \left(\frac{q}{q'} + \frac{q'}{q} + 2 \right) .$$

C. I. B.

V. 268. Suma laturilor unui trinnghiu dreptunghiu este 12 m, iar suprafața lui este 6 m².

Ce măsuri au laturile triunghiului?

I. L.

V. 269. Să se calculeze:

$$(1 + i)\,(2 + i)\,(3 + i)\,(4 + i),$$

unde $i^2 = -1$.

A. A. R.

V. 270. Să se arate că expresiunile:

$$(3 \pm i\sqrt{3})^3 + (5 \pm i\sqrt{3})^3 + (7 \pm i\sqrt{3})^3 \pm (9 - i\sqrt{3})^3$$

sunt numere reale, i fiind $+\sqrt{-1}$.

C. I. Ț.

V. 271. Să se determine parametrul m așa fel ca parabola

$$y = -4x^2 - mx + 3$$

să aibă vârful pe dreapta $y = 4$.

Reprezentare grafică.

G. D. S.

V. 272. Fiind dată ecuațiunea $ax^2 + bx + c = 0$ cu rădăcinile x_1 și x_2, să se găsească:

1. In ce condițiuni ecuațiunea $a^2x^2 + b^2x + c^2 = 0$ are rădăcinile x_1^2 și x_2^2;

2. In ce condițiuni ecuațiunea $a^3x^2 + b^3x + c^3 = 0$ au rădăcinile x_1^3 și x_2^3.

A. G.

V. 273. Se dă triunghiul ABC. Fie O_1 şi O_2 centrele segmentelor de cerc descrise pe coarda AC şi capabile de 45^0 şi O_3, O_4 centrele segmentelor de cerc descrise analog pe coarda BC.

Să se demonstreze că figurile AO_1CO_2 şi BO_3CO_4 sunt patrate.

GH. B.

V. 274. La exerciţiul V. 251. (din Nr. 4 S. G. M.). Să se găsească poziţiunile lui M pentru care suprafaţa AB'DC' este egală cu suprafaţa triunghiului ABC, Aplicaţie pentru $a = \sqrt{3}$ şi $A = 120^0$.

GH. B.

V. 275. Pe [illegible] semidrepte D_1 şi D_2, plecând din O, se poartă distanţele $\overline{OA} = \overline{OA'} = a$ şi $\overline{OB} = \overline{OB'} = b$; AB' şi A'B se taie în E. Paralelele din E la D_1 şi D_2 taie pe D_2 şi D_1 în şi G. Să se arate că:

$$\overline{EF} = \overline{EG} = \frac{ab}{a+b}.$$

N. M.

V. 276. Fiind dată ecuaţiunea:

$$x^2 + px + q = 0,$$

să se formeze ecuaţiunea, ce are ca rădăcini:

$$X_1 = x_1^2 + \frac{1}{x_2}, \quad X_2 = x_2^2 + \frac{1}{x_1}.$$

H. P. I.

V. 277. Să se determine valorile lui m pentru care rădăcinile ecuaţiunii:

$$3(3m^2+1)x^2 - 18m(m^2-1)x + (3m^2+1)^2 = 0$$

sunt reale.

O. N. Ţ.

V. 278. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} x+y+z+t &= a \\ x+y+z-t &= b \\ x+y-z-t &= c \\ x-y-z-t &= d. \end{aligned}$$

GH. B.

Clasa VI-a. *Exerc. 246.* Să se facă calculabilă prin logaritmi expresiunea :

$$E \equiv \sin a + \sin 2a + \sin 3a + \sin 4a.$$

U. M. F.

VI. 247. Să se găsească fără ajutorul derivatelor, valoarea expresiunii :

$$E \equiv \frac{\sin x - \sin a}{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}$$

pentru $x = a$. U. M. F.

VI. 248. Să se rezolve triunghiul dreptunghiu BAC, cunoscând cateta $\overline{AC} = b$ şi raportul $\left(\frac{\overline{DC}}{\overline{BD}} = k\right)$ dintre cele două segmente în care este împărţită ipotenuza $\overline{BC}$ de înălţimea coborîtă din A.

Aplicaţie pentru cazul :

$$b = 2 + \sqrt{3} \ , \ k = 7 + 4\sqrt{3}.$$

H. P. I.

VI. 249. Fie un trunchiu de piramidă dreaptă având bazele poligoane regulate de $2n$ laturi ABC ... şi A'B'C' ... Se unesc mijloacele laturilor bazei ABC ... din două în două şi se formează un poligon regulat de n laturi A"B"C" ... Să se afle volumul solidului A"B'C'B"D'E'C" ...

A. G.

VI. 250. Se consideră progresiile de termen general $5n$ şi 32^n ($n = 0 \ ; \pm 1 \ ; \pm 2 \ ; \ldots$). Dacă a şi b sunt termeni din prima progresie, care corespund respectiv, pentru aceeaşi valoare atribuită lui n, cu termenii a' şi b' din progresia a doua, să se arate că avem :

$$a'b' = 2^{a+b}. \quad (1)$$

Să se micşoreze intervalul dintre doi termeni consecutivi ai progresiilor, înşirând câte patru mezi.

Să se arate că relaţiunea (1) subsistă pentru două perechi de numere corespunzătoare.

N. M.

VI. 251. Dacă laturile unui triunghiu sunt proporționale cu *4, 5, 6,* un unghiu al lui este dublul altuia.

N. M.

VI. 252. In triunghiul ABC notăm cu B′ și C′ picioarele bisectoarelor ce pleacă din B și C și cu S_a aria triunghiului AB′C′. Notațiunile fiind cele obișnuite într'un triunghiu, să se arate că avem relațiunea:

$$S_a = \frac{S}{1 + \frac{a^2}{2Rr}}.$$

G. D. S.

VI. 253. Să se stabilească identitatea:

$$\cos 2x + 2\cos^2 x - \frac{2\cos x}{2\cos x - 1} = \frac{\cos\frac{7x}{2}}{\cos\frac{3x}{2}}.$$

C. I. B.

VI. 254. Dacă punem cap la cap toate diagonalele din fețele unui cub deoparte și toate diagonalele din planurile diagonale ale aceluiași cub de altă parte, care ne va da o lungime mai mare?

I. L.

VI. 255. Dacă $a + b + c = 180^0$, avem relațiunile:

a) $4\Sigma\operatorname{cotg} 2a + \Sigma\operatorname{tg}\frac{a}{2} = \operatorname{cotg}\frac{a}{2}\operatorname{cotg}\frac{b}{2}\operatorname{cotg}\frac{c}{2} - 2\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c.$

b) $\sin a\,[\sin(x-b) + \sin(x-c)] = (\sin b + \sin c)\,[\sin x - \sin(a-x)],$

oricare ar fi x. Aplicație: $x = x_1 + \frac{\pi}{2}$ și $x = -\frac{a}{2}$.

C. I. Ț.

VI. 256. Să se rezolve un triunghiu oarecare cunoscând latura a, unghiul A opus ei și înălțimea corespunzătoare ei h_a.

A. A. R.

VI. 257. Să se stabilească relațiile:

$$1 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{cotg} 2x (\operatorname{cosec} 2x - \operatorname{cotg} 2x)$$

$$\operatorname{cotg}^2 x - 1 = 2 \operatorname{cotg} 2x (\operatorname{cosec} 2x + \operatorname{cotg} 2x)$$

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{\operatorname{cosec} 2x - \operatorname{cotg} 2x}{\operatorname{cosec} 2x + \operatorname{cotg} 2x}.$$

C. I. Ț.

Clasa VII-a. *Exerc. 226.* Să se studieze variațiunea funcțiunii:

$$y = \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 7x + 10}.$$

N. M.

VII. 227. Să se studieze variațiunea funcțiunii:

$$y = \frac{x^2 - (a - b)x + a^2 + b^2}{x^2 - (a + b)x + a^2 + b^2}.$$

C. I. B.

VII. 228. Să se găsească maximul expresiunii:

$$\frac{x^x}{y^y}, \text{ știind că } x + y = a.$$

A. G.

VII. 229. Să se determine coeficienții p și q, astfel ca funcțiunea:

$$y = x^3 + px + q$$

să aibă un minimum dat m și un maximum M.

Aplicație pentru: $m = 1$; $M = 5$.

A. G.

VII. 230. Cu ajutorul funcțiunii: $y = x + \frac{1}{x}$, să se deducă neegalitatea:

$$\frac{2 + 2\sin^2 x + 3\sin^4 x - 4\sin^6 x + \sin^8 x}{2\cos^2 x - \cos^6 x} \geqslant 2$$

adevărată oricare ar fi x.

H. P. I.

VII. 231. Se dă o orizontală, o frontală și proecțiunea verticală a' a unui punct A din spațiu.

Să se găsească proecțiunea orizontală a a punctului A, astfel ca prin A să se poată duce o dreaptă care să se sprijine și pe orizontală și pe frontală, fiind perpendiculară pe frontală.

G. D. S.

VII. 232. Se dau în epură punctele:

$$A(x,\ 1,\ 7)\ ;\ B(x,\ 4,\ 3)\ ;\ C(x,\ 5,\ 4).$$

Să se arate că punctele nu sunt colineare și formează un triunghiu isoscel.

C. I. B.

VII. 233. Fiind date în epură punctele: A (2, 4, 0); B (12, 0, 3); C (4, 0, 3), să se găsească urmele unei drepte care trece prin C și este în spațiu perpendiculară pe dreapta AB.

H. P. I.

VII. 234. Să se afle lungimea umbrei aruncată de un ștejar înalt de *50 m* la Ploești în ziua solstițiului de vară.

N. M.

VII. 235. Să se rezolve sistemul de ecuațiuni:

$$\begin{aligned} ax + k(y + z + t) &= \alpha \\ by + k(z + x + t) &= \beta \\ cz + k(t + x + y) &= \gamma \\ dt + k(x + y + z) &= \delta \end{aligned}$$

A. A. R.

Clasa VIII-a. *Exerc. 156.* Să se rezolve ecuaţiunea:

$$x^4 + 6x^3 + 16x^2 + 21x + 12 = 0.$$

H. P. I.

VIII. 157. Două drepte D şi D', trecând prin centrul a două cercuri concentrice, le taie în A, B şi A', B'. Să se arate, că locul geometric al intersecţiunii (AB', A'B), când D este fixă, iar D' variază, e un cerc trecând prin origine cu centrul pe D.

N. M.

VIII. 158. Să se construiască un patrulater ştiind că are trei vârfuri fixe, iar suprafaţa şi perimetrul constante date.

A. G.

VIII. 159. Un patrulater inscriptibil are două unghiuri opuse drepte cu vârfurile lor fixe, iar diagonalele fac un unghiu dat α. Se cere locul geometric al celorlalte două vârfuri.

A. G.

VIII. 160. Intr'o sferă se înscrie un trunchiu de con astfel că unghiul subt care este văzut diametrul cercului mic de bază este jumătatea unghiului subt care este văzut diametrul cercului de bază mare, văzute din centrul sferei.

a) Să se găsească raportul între volumul trunchiului de con şi volumul sferei. Să se dea câteva valori particulare exacte ale acestui raport, când unghiul are valori particulare ;

b) Să se studieze variaţiunea acestui raport, când unghiul variază între limitele permise ;

c) Să se calculeze aproximativ valorile la care corespund maximile sau minimile raportului sus pomenit.

O. N. Ţ.

VIII. 161. Să se calculeze înălţimea unui trapez isoscel ştiind că are trei laturi egale cu câte 5 metri şi suprafaţa de 32 metri patraţi.

C. I. Ţ.

VIII. 162. Să se arate că dacă

$$a^2(3b^2 - 3a^2b + a^4) = b^3, \text{ ecuația}$$

$$2ax^3 - 3(a^2 + b)x^2 + 6abx + a^4 - 3a^2b = 0$$

are toate rădăcinile gale. C. I. Ț.

VIII. 163. Se dă o parabolă de parametru p și un punct P situat pe dânsa. Se consideră tangenta și normala în acest punct: $\overline{PT}$ și $\overline{PN}$, limitate la axa parabolei. Presupunând că $\overline{PT}$ și $\overline{PN}$ sunt două forțe aplicate punctului P se cere:

a) Să se arate că rezultanta lor $\overline{PR}$ trece prin focarul parabolei;

b) Să se găsească mărimea și variațiunea acestei rezultante, exprimând-o în funcție numai de coordonatele punctului P, variabil și luând $p = 1$;

c) Să se determine punctele P depe parabolă, astfel ca unghiul ce-l face rezultanta cu tangenta în P să fie de 30^0.

A. V. N.

Pentru toate clasele. *Exerc. 58.* Să se găsească cifrele *a, b, c, d* cu care să se poată forma numere de una și de două cifre, care să satisfacă următoarele operațiuni aritmetice simultane:

$$\begin{array}{ccc} ab & : & cd = b \\ : & - & \times \\ \overline{cd} & - & \overline{ca} = a \\ \overline{b} & \times & \overline{a} = d \end{array}$$

GH. B.

T. C. 59. Fie $\overline{AB}$ latura unui poligon regulat înscris într'un cerc O și M piciorul apotemei. Se înseamnă cu N intersecțiunea cercului cu OM sau MO. Să se demonstreze că dacă se dă O și MN se poate construi poligonul. Aplicație pentru patrat, pentagon și decagon.

GH. B.

T. C. 60. Să se determine două numere λ și μ astfel încât mărind cu λ coeficienții ecuațiunii:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

rădăcinile ei să se mărească cu μ.

Aplicație pentru:

$$a = 1,\ b = 3,\ c = 2.$$ A. G.

T. C. 61. Să se împartă un trunchiu de con drept dat prin plane paralele cu bazele în n trunchiuri de con asemenea determinându-se dimensiunile unuia din aceste trunchiuri de con.

A. G.

T. C. 62. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\sqrt[4]{x-4}+\sqrt[4]{1-x}=1.$$

H. P. I.

T. C. 63. Să se rezolve înecuaţiunea:

$$\frac{\sqrt{x^2+4x+3}}{\sqrt{x-1}} > \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+4x+3}}.$$

H. P. I.

T. C. 64. Fie a apotema unui poligon regulat convex de n laturi ($n > 10$) înscris în cercul de rază unitatea şi fie a_2, a_3, a_4 şi a_5 respectiv apotemele poligoanelor ce se obţin unind vârfurile poligonului dat din două în două, din trei în trei, din patru în patru şi din cinci. Să se stabilească relaţiunea:

$$a_5 + a_4 - 2a_2(a_2 + a_3) + a + 1 = 0.$$

C. I. Ţ.

T. C. 65. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$(1-\sqrt{3})x^2+(\sqrt{2}+\sqrt{5})x-4-2\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{5}=0$$

şi apoi să se verifice relaţiunile între rădăcini şi coeficienţi.

C. I. Ţ.

Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului şi se redactează după „Instrucţiunile" publicate în Nr. 1 pag. 24, pentru a fi luate în considerare.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică»

ERATĂ: La Ex. VI: 243 ultimul sinC trebue scris cosC.
La Ex. VIII: 152 în loc de (+ 1) trebue scris (—1).

Dr 7

BIBLIOTECA CENTRALA
„ASOCIAȚIUNII"
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 7 — 1 APRILIE 1937

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa IV-a. *Exerc. 201. Facem* $x = \frac{1}{y}$ *şi obţinem:*

$$E_1 = \frac{y-1}{my}a + \frac{b}{y} = \frac{a}{m} - \frac{a-bm}{my}, \quad E_2 = \frac{a}{n} + \frac{a-bn}{ny},$$

$$E_3 = \frac{acn(y-1)+adm(y+1)}{mny(c+d)} + \frac{b(c-d)}{y(c+d)}.$$

Cazuri particulare:

1) $m = n$, $E_3 = \frac{a}{m} - \frac{a-b}{y} \cdot \frac{c-d}{c+d}$;

2) $c = d$, $E_3 = \left(\frac{m+n}{2mn} + \frac{m-n}{2mny}\right)a$;

3) $m = n$, $c = d$, $E_3 = \frac{a}{m}$.

C. I. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 193.* Avem:

$$E = \frac{a^2+2ab-b^2}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)^2-2b^2}{(a+b)^2}.$$

Ori care ar fi a şi b expresiunea rămâne *subunitară*. Rămâne deci numai condiţiunea:

$$(a+b)^2 - 2b^2 > 0.$$

De unde rezultă, sau cu ajutorul *trinomului* sau direct, că trebue să avem:

$$a > b(-1+\sqrt{2}) = \quad 0{,}414\ldots b$$

$$a < -b(1+\sqrt{2}) = -2{,}414\ldots b.$$

I. L.

Clasa VII-a. *Exerc. 186.* Desvoltăm determinantul după ultima coloană

$$\Delta = -\sin x \operatorname{tg} x + \sin 2x \operatorname{tg} 2x - \sin x \operatorname{tg} 3x = \sin 2x \operatorname{tg} 2x -$$

$$\sin x (\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 3x) = \sin 2x \operatorname{tg} 2x - \frac{\sin x \,.\, \sin 4x}{\cos x \cos 3x}.$$

C. I. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 129.* Fie y rădăcina întreagă a ecuaţiunii.

Avem: $17y^3 + 12\sqrt{2}y^3 - 162y^2 - 108\sqrt{2}y^2 + 729 = 0,$

$12\sqrt{2}y^3 = 108\sqrt{2}y^2$, de unde $y = 9$ şi mai avem

$(17 + 2\sqrt{2})x^2 - 9x - 81 = 0$ cu rădăcinile:

$$\frac{9(1 \pm \sqrt{69 + 8\sqrt{2}})}{2(17 + 2\sqrt{2})}.$$

C. I. Ţ.

Toate clasele. *Exerc. 20.* Fie:

$$2k\ ,\ 2(k+1),\ldots\ 2(k+n-i),\ldots\ 2(k+n-1)$$

cele n numere pare consecutive, unde $k \geqslant 1$.

Putem avea oricând:

$$k = Mn + i$$

i fiind oricare, şi atunci:

$$2(k+n-i) = M(2n).$$

I. L.

T. C. Exerc. 10. Să se demonstreze că numărul ce se obţine sporind cu 2 toate cifrele unui patrat perfect nu poate fi patrat perfect.

GH. B.

Dacă un patrat are n cifre, operația din enunț înseamnă că acel număr se adună cu $22\ldots22$, cifra 2 fiind scrisă de n ori una după alta.

Ultimele 2 cifre ale unui patrat sunt [1]):

00, 25, 01, 09, 21, 29, 41, 49, 61, 69, 81, 89, 04, 16, 24, 36, 44, 56, 64, 76, 84, 96.

Sporind aceste numere cu 22 nu se regăsește nici unul din ele, ceeace demonstrează proprietatea.

T. C. 11. Să se demonstreze că suma

$$8n^2 - 7n - 1$$

se divide prin 25 numai dacă unul din numerele $\mathbf{n - 1}$ *sau* $\mathbf{8n + 1}$ *se divide prin 25.*

GH. B.

Suma dată se scrie

$$S' = (n-1)(8n+1)$$

și problema revine la a demonstra că dacă unul din factori se divide cu 5, celalt factor nu se mai poate divide cu 5.

1^0. Fie $n - 1 = 5p$.

Rezultă $8n + 1 = 40p + 9 \neq$ mult. 5.

2^0. Dacă $8n + 1$ se divide cu 5 trebue ca

$$3n + 1 = 5m \quad \therefore \quad n = \frac{5m-1}{3} = \frac{3m + 2m - 1}{3}.$$

Ca n să fie întreg trebue

$$2m - 1 = 3p \quad \therefore \quad m = \frac{3p+1}{2} = \frac{2p + p + 1}{2}$$

$$\therefore \quad p + 1 = 2t \quad \therefore \quad p = 2t - 1.$$

Și revenind prin operațiuni inverse se găsește

$$m = 3t - 1 \quad , \quad n = 5t - 2$$

$$\therefore \quad n - 1 = 5t - 3$$

care nu se divide prin 5.

---

1) Vezi *Culegere de probleme* de I. IONESCU, GH. ȚIȚEICA, A. G. IOACHIMESCU și V. CRISTESCU.

T. C. 12. Să se demonstreze că fracțiunea

$$\frac{n^2+2n+1}{n(n^2-1)}$$

generează o fracțiune periodică mixtă.

GH. B.

Numărul dat nu poate fi întreg căci numitorul se divide cu n, iar numărătorul nu.

Numitorul fiind $n(n-1)(n+1)$, produsul a 3 numere consecutive se divide neapărat cu 2, este deci de forma $2^{\alpha} . 5^{\beta} . m$ unde β poate fi și zero, iar α nu este mai mic de 1. Dar fracțiile cu numitor de forma $2^{\alpha} 5^{\beta} m$ generează fracții periodice mixte.

T. C. 14. Se cere un număr întreg de forma $\mathbf{a}^{\alpha}\mathbf{b}^{\beta}$, *care să admită 15 divizori,* **a** *și* **b** *fiind numere prime.*

GH. B.

Dacă

$$N = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \ldots$$

este un întreg ai cărui factori primi sunt $a, b, c, \ldots$ numărul divizorilor lui N este n dat de

$$n = (\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)\ldots$$

In cazul de față

$$(\alpha+1)(\beta+1) = 15 = 1 \times 3 \times 5.$$

Se poate lua

$$\alpha+1 = 1\ ,\ 3\ ,\ 15\ ;\ \beta+1 = 15\ ,\ 5\ ,\ 1.$$

De unde

$$\alpha = 0\ ,\ 2\ ,\ 14\ ;\ \beta = 14\ ,\ 4\ ,\ 0.$$

Deci numerele cerute sunt :

$$a^0 \times b^{14}\ ,\ a^2 \times b^4 \text{ și } a^{14} \times b^0$$

în care a și b sunt prime între ele.

CIRCULARĂ ADRESATĂ DE MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE TUTUROR ȘCOLILOR SECUNDARE

Direcțiunea Invățământului Secundar din Ministerul Educației Naționale, cu No. 22412 din 29 Ianuarie 1937, a adresat Serviciilor Locale de Invățământ din întreaga țară următoarea circulară:

Pe măsură ce școlarul își îmbogățește mintea și sufletul prin învățământ, el va manifesta, din ce în ce mai pronunțat, interesul pentru un anumit grup de materii. Liceul unitar nu trebue să ucidă acest interes, ci trebue să-l pună în slujba scopurilor ce le urmărește dând școlarilor prilejul de muncă, care să completeze, să adâncească și să intensifice cunoștințele dobândite în orele de cursuri.

Munca aceasta pornită dintr'un interes sau dintr'o înclinare spre un anumit grup de materii, va face ca școlarul să-și petreacă timpul liber cu îndeletniciri nobile și folositoare, și prin aceasta îl va feri de influența stricătoare a diferitelor spectacole sau activități nepotrivite cu vârsta lui.

Să nu pierdem deci nici o ocazie de a recomanda școlarilor noștri publicații care pot să contribue la o astfel de muncă și să sprijinim cu toată căldura publicațiile ce pot să ne fie de ajutor în stimularea elevilor noștri spre o activitate liber voită.

Profesorilor de matematici le este bine cunoscută *Gazeta Matematică,* care a contribuit în o măsură așa de mare la formarea generației de matematicieni, cari azi fac cinste științei și neamului. Această gazetă scoate, de un an încoace și un supliment cu probleme și exerciții pentru elevii școlilor secundare. Nu e nevoe să spunem cuvinte de bună apreciere despre această culegere de exerciții. Faptul că apare ca supliment sub egida *Gazetei Matematice* este cea mai bună recomandare.

Ne facem o datorință recomandând d-lor profesori de matematici răspândirea *Gazetei Matematice* și a *Suplimentului* ei între școlarii lor, fiind convinși că sunt utile și că vor contribui într'o largă măsură la întregirea și adâncirea cunoștințelor prescrise de programă.

In felul cum sunt redactate, ele vor ajuta pe profesor să realizeze îndemnul exprimat în instrucțiunile generale ce însoțesc programa analitică, de a înființa cu elevii claselor ce conduc acele comunități de muncă în care elevii desfășoară, din îndemn propriu, o activitate folositoare școalei și lor înșile.

Gazeta Matematică se poate comanda dela redacție. (București, Calea Griviței No. 158).

Comunicați școalelor din regiunea d-voastră.

p. MINISTRU,

(ss) **I. Bratu.**

p. DIRECTOR,

(ss) *Al. Ivașcu.*

Până la 10 Martie s'au primit soluții bune pentru exercițiile publicate în numerele 3, 4, 5 și 6 dela [1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" București.

Clasa IV-a: Grigoriu Marga (IV: 204, 7, 10), Paucher Cornelia (IV 219, 30), Teodorescu V. Zoe (IV: 212, 5, 8*), Vasiliu C. Margareta (IV: 213, 29). — *Clasa V-a:* Alexandrescu Ligia (V: 253, 4), Anastasia I. Gherga (V: 254), Bucescu Em. Smaranda (V: 233, 49, 53), Constantinescu Paula (V: 260, 9), Ghegu I. Anastasia (V: 249), Glück Antonia (V: 232, 6), Mayer Silvia (V: 235, 6), Motomancea P. Rodica (V: 232, 5, 6, 9), Nissim L. Mioara (V: 248, 54, 5, 8), Pinșler Fani (253, 4, 6, 9), Rennert Tica (V: 260, 9), Walter Stela (V: 253, 4, 69). — *Clasa VI-a:* Ene Eugenia (VI: 212, 28). — *Clasa VII-a:* Antoniu Ioana (VII: 216, 8), Gabrielescu Aristiția (VII: 216, 8), Scurtu N. Lucia (VII: 226, 32), Mateescu M. Stela (VII: 226), Teodorescu A. Constanța (VII: 217). — *Clasa VIII-a:* Crăciunescu I. Maria (VIII: 127, 32, 40, T. c.: 37), Marinescu D. Maria (VIII: 132, 41*, 9), Petrov Elena (VIII: 132*, 49, T. c.: 37, 49, 50, 1, 3), Ștefănescu I. Steliana (T. c.: 45), Teodorescu Cornelia (VIII: 132*, 4).

Școala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" București.

Clasa IV-a: Enescu Ana (IV: 207, 13, 23), Halunga Speranța (IV: 224), Levandovscki M. Magdalena (IV: 204, 7, 13, 22, 3), Soare N. Maria (VI: 204, 23, 4). — *Clasa V-a:* Păunescu Elena (V: 268, 9, 78). — *Clasa VII-a:* Romașcan Georgeta (VIII: 124).

Liceul de fete „Pompilian" București.

Clasa IV-a: Gustav Elena (IV: 208, 13), Marinescu Șt. Rodica-Florica (IV: 215, 23), Teodorescu Gr. Ștefania (IV: 208, 13). — *Clasa VII-a:* Buricovici Lia (VII: 203), Gütter M. Bertha (VII: 203), Netzler Joseta (VII: 203, 17), Papahanaky I. Ena (VII: 203).

Liceul de fete „Regina Maria" București.

Clasa IV-a: Goldenberg F. Cleo (IV: 203, 4, 7, 8, 9, 10). — *Clasa VII-a* Jacoby D. Marcela (VII: 213).

Externatul Ortodox „Zoe Romniceanu" București.

Clasa IV-a: Vidrighin Eugenia (IV: 203, 7, 13). — *Clasa VIII-a:* Rociu Margareta (T. c.: 50, 1, 3).

Institutul de fete „Sf. Elena" București.

Clasa VII-a: Elson S. Eva (T. c.: 45).

---

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete Bacău.

Clasa V-a: Papadopol D. Elena (V : 229).

Liceul de fete Brăila.

Clasa VII-a: Brânzănescu P. Marcela (VII : 196, 200, 7, 10, 3).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Buzău.

Clasa VII-a: Roth Marcela (VII : 218).

Liceul „Știrbei Vodă" Călărași.

Clasa VII-a: Marinescu I. Elena (VII : 209, 12, 3, 5, 8, VIII : 141, 3, 51*).

Liceul de fete „Oltea Doamna" Cernăuți.

Clasa IV-a: Kos Adelhaid (IV : 223, 4). — *Clasa V-a:* Luft N. (V : 257, 8, 68, 9, 71).

Liceul „Regina Maria" Cluj.

Clasa V-a: Băbuțiu I. Angela (V : 254), Bolohan I. Ioana (V : 254).

Liceul de fete „Urziceanu" Craiova.

Clasa VII-a: Petrescu Valeria (VII : 198, 211, 26).

Liceul de fete „Mihail Kogălniceanu" Galați.

Clasa VII-a: Noehovici V. Suzana (VII : 191, 2, 8, 226).—*Clasa VIII-a:* Grigoriu Aurora (VIII : 135, T. c. : 45, 50, 1).

Liceul de fete „Carabella" Târgoviște.

Clasa III-a: Georgescu Cleopatra (IV : 202, 3, 4*, 8, 10*, 22, 3, 4).— *Clasa IV-a:* Popescu Liliana (IV : 213, 20).

Liceul „Carmen Sylva" Timișoara.

Clasa IV-a: Pankov Emilia (IV : 202).

Liceul de fete „Principesa Elena" Turnu-Severin.

Clasa IV-a: Fălcan Antoaneta (IV : 202, 3, 4, 10). — *Clasa VII-a:* Angelescu C. Lucia (VII : 198, 207, 10, 13), Ionescu Bălașa (VII : 198, 200, 5), Modâlcă S. Maria-Ana (VII : 207, 26, T. c. : 65), Pârligras Ecaterina (VII : 213).

Liceul „Gheorghe Lazăr“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Boiţeanu I. F. (IV: 203, 4, 7, 10), Călinescu G. C. (IV: 219), Cociaşu C. S. (IV: 202, 4, 7, 18, 27, 31), Friedman B. (V: 224, 60, 78), Ganea N. N. (IV: 202, 4, 7, 13, 23), Klauss V. R. (IV: 202, 7, 18, 27, 35. T. c.: 36), Mominceanu S. D. (IV: 202, 3, 4, 7, 10), Petrescu I. I. (IV: 202, 7, 8, 19, 23, 4, 7), Popa I. V. (IV: 202, 4), Popescu G. V. (IV: 202, 3, 7), Rabinovici M. M. (IV: 227, 31), Regenbogen S. L. (IV: 204), Revici M. F. (IV: 203, 9), Zanea L. A. (IV: 202, 18, 9). — *Clasa V-a:* Arjoceanu V. L. (V: 254), Diaconu Gh. (V: 254), Ioanid C. P. (V: 232), Manuilă A. (V: 234, 5, 6). — *Clasa VII-a:* Decusară E. N. (VII: 218, 9*, 21, 4*, T. c.: 50, 1), Drouhet Ed. (VII: 218, 21, 4*, T, c.: 45, 50), Herbstein A. (VII: 226, T. c.: 36), Teju S. Gh. (VII: 218, T. c.: 34).—*Clasa VIII-a:* Ballan A. M. L. (VIII: 131, 4, T, c: 34, 5, 7, 41), Bârdoacă C. P. (VIII: 132, 4, 41), Begu I. S. (VII: 140), Drăghicescu F. M. (VIII: 132), Mihail Gh. (VIII: 134), Slăvescu D. R. (VIII: 132, 3, 4, 5, 6, 8, T. c.: 41), Sterescu N. (VIII: 134, 44), Trandafirescu C. C. I. (VIII: 132, 3, 44), Ţuţuianu M. (VIII: 138, T. c.: 41).

Liceul „Mihai Vitazul“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Baicu Şt. L. (VI: 202), Serdici V. Gh. (VI: 210, 2, 6, 9).— *Clasa VII-a:* Andrei N. Iulian (VII: 216, 8), Antonescu V. (VII: 218, VIII: 154), Dumitrescu M. Gh. (VII: 218), Porumbaru V. N. (VII: 200, 5, 8, 13), Radu N. A. (VII: 210, 3), Ştefănescu D. (VII: 200), Zamfirescu Gh. D. (VII: 205, 7, 13).

Liceul de băieţi „Aurel Vlaicu Bucureşti.

Clasa V-a: Beligan I. Gr. (V: 236), Lenart I. I. Şt. (V: 246, 69), Negoescu Tr. (V: 254, 69), Sceopul T. N. (V: 257, 61). — *Clasa VIII-a:* Buzescu A. V. (VIII: 137, 40, 3, 4, T. c.: 42).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa V-a: Grigoriu A. C. D. (V: 255, 8, 60). — *Clasa VI-a:* Cernovodeanu I. I. (VI: 241 , Sâmbeşteanu I. Em. (VII: 200, T. c.: 28), Stănculescu M. (T. c.: 49). — *Clasa VII-a:* Chiriceanu M. (VII: 218).

Liceul „Metei Basarab“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Constantinescu I. Gh. (VII: 196, 200, 6, 7), Dumitriu Şt. O. (VII: 200), Preciado I. T. (VII: 198, 201, T. c.: 34), Şaichin O. Ad. (VII: 192, 201, VIII: 129, 37, T. c.: 50), Silberman T. (T. c.: 34).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Ciurescu I. Fl. (IV: 233, 48). — *Clasa V-a:* Constantinescu T. T. (V: 232, 6, 53, 61). — *Clasa VII-a:* Ciurescu I. R. (VII: 222, 4, VIII: 149*), Nastea H. M. (VII: 198, 200).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Costescu G. I. (V : 243, 9, 53, 4, 68), Leibovici B. S. (V 224, 33, 4, 6, 9, 54, VIII : 132), Mateescu C. A. (V : 248, 53, 4).—*Clasa VII-a :* Bădulescu V. D. (VII : 205), Zelig B. M. (VII : 213, 5, T. c. : 41).

Liceul „D. Cantemir“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Soreanu A. S. (VII : 190). — *Clasa VIII-a:* Georgescu N. N. (VIII : 134, T. c. : 36, 41).

Liceul „Sf. Iosif“ Bucureşti.

Clasa V-a: Bente Gh. (V : 258, 68, 9), Lenart I. A. (236, 46), Teodoroff Şt. (V : 233, 4, 6).—*Clasa VII-a:* Popescu-Zorica N. Al. (VII : 200, 2).

Institutul Schewitz-Thierrin Bucureşti.

Clasa VI-a: Drăguşanu I. C. (VI : 228).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Lascăr Marius (VII : 194, 5), Porumbescu V. N. (VII : 219

Liceul „Mihai Viteazul“ Alba-Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu-Stabu Al. M. (V : 255, 6, 7, 8, 61, 2*, 3, 4, 6, VII : 209, T. c. : 47*).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa IV-a: Brasch A. (IV : 207, 10, 20, 3, 4), Gligor N. I. (IV : 203, 22, 3, 4, 7, 8), Popp I. (IV : 207).

Liceul „Ferdinand I“ Bacău.

Clasa V-a: Micu V. P. (V : 221, 34, 5, 6, 48, 57, 61), Schulemsohn L. E. (V : 248, 57, 68). — *Clasa VII-a:* Fujeş C. (VII : 200), Karmanski P. S. (VII : 198, 200, 13), Schwartz A. I. (VII : 198, 200, 5, 13, 5), Tudor C. Gh. (VII : 213, 5).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa V-a: Edelstein D. (V : 235, 9, 42, 8). — *Clasa VII-a:* Ciocoiu A. A. (VII : 215, 26).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI : 234, 41, 6, VII : 235, T. c. : 57*, 65), Pintea M. (VII : 235, T. c. : 65).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa III-a: Pop Emil (T. c.: 28, 9). — *Clasa V-a:* Cristea I. N. (V: 239).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Bădilă G. S. (V: 249, 54, 68, 9, 70, 2), Benedict G. P. (V: 270), Boboc I. Al. (V: 257, 60, 9, 70, 2), Gheorge A. Ilie (V: 227, 68, 9, 72, 6, 8), Georgescu M. (V: 270, 2), Nicolau V. Ed. (V: 236, 60, 8, 9, 72, 6, 7, 8), Pascu I. L. (V: 269, 70, 2, 7), Petrache P. Gh. B. (V: 268, 9, 72, 6, 7), Radovici D. D. (V: 268, 9, 76, 7), Trefilow I. M. (V: 255, 7, 8, 60, 1, 2, 6*, 8, 70, 2, 6, 7, 8, VI: 230, 41, 57). — *Clasa VI-a:* Alamanos E. (VI: 222, 3, 8, 33, 4, 6, 41, 67), Bucurenciu Al. (VI: 233, 4, 46, 7), Constantinescu I. N. (VI: 243), Panaghi T. (VI: 222, 3, 8, 33, 4, 6, 41, 6, 7), Pelin G. Romeo (VI: 246, 7), Petrescu C. M. (VI: 247).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Puşcariu H. I. (V: 223'. — *Clasa V-a:* Tănăsescu I. Gh. (V: 229, 46). — *Clasa VI-a:* Cojanu G. A. (VI: 241, VII: 207, T. c.: 65), Kohn L. N. (VI: 241'), Mihăilescu N. M. (VI: 228, 9, 41), Padar I. C. (VII: 223).

Liceul Internat Buftea.

Clasa V-a: Matei M. N. (V: 248, 9). — *Clasa VII-a:* Cătuneanu P. Ş. (VII: 198, 200).

Liceul Ştirbei-Vodă Călăraşi.

Clasa V-a: Iancu I. Gh. (V: 268), Ivaşcu D. M. N. (V: 229), Pantelimon T. (V: 249, 64, 9, 78), Rădulescu Gh. E. (V: 233, 4, 6, 9, 42, 4). — *Clasa VI-a:* Bucelea A. D. (VI: 228, 9), Popescu L. H. (VI: 222, 8, 9, 54), Stănescu (VI: 257), Ştefănescu T. Gh. (VI: 246, 54, 7), Zaharia I. C. (VI: 229, 46, 57).

Liceul „Ioniţă Asan“ Caracal.

Clasa V-a: Mihăilescu M. E. (V: 234, VII: 207, 13, VIII: 134, 6, 41). — *Clasa VII-a:* Lazăr I. I. (VII: 210, T. c.: 49, 65), Tudor M. I. (VII: 210, T. c.: 65).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Cernăuţi.

Clasa V-a: Bernbard I. I. (V: 254), Golz N. W. (V: 235, 6, 42, 8, 9, 53, 4, 7, 8, 60, 1), Ivanier B. (V: 234, 5, 8, 49, 53, 7, 61).

Liceul „Gh. Barițiu“ Cluj.

Clasa V-a: Bolohan I. I (V: 268). — *Clasa VII-a:* Barbu V. G. (VII: 207, 10, 8), Schwartz A. E. (VII: 200, T. c.: 36, 41). — *Clasa VIII-a:* Căpuşan I. I. (VIII: 132, 8).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Cluj.

Clasa IV-a: Rosenberger I. E. (IV: 198).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa IV-a: Grădinescu A. R. (IV: 222, 3, 4).

Şcoala Normală de băeţi Cluj.

Clasa IV: Socină Gh. (IV: 224, 7, 23).

Liceul „Mircea Cel Bătrân" Constanţa.

Clasa VI-a: Constantinescu I. V. (VI: 202), Preda Gr. N. (VI: 210, 8, 31), Stamatiade G. P. (VI: 210, 12).

Colegiul Naţional „Carol I" Craiova.

Clasa VI-a: Cetate Ciceiu Cosmin (VI: 234, 5). — *Clasa VIII-a:* Popescu P. Gh. (VIII: 132, 4, 5, 41, T. c.: 45), Tănăsescu J. (VIII: 137, 8, 9).

Liceul „Fraţii Buzeşti" Craiova.

Clasa VII-a: Miltiade C. D. (VII: 200, 20, 26).

Liceul „N. Gane" Fălticeni.

Clasa IV-a: Gafiţa V. V. (V: 223, 53). — *Clasa VII-a:* Teschievici M. Gh. (VII: 210*, 8, 23, 32, T. c.: 50).

Liceul „Unirea" Focşani.

Clasa IV-a: Anastasiu C. D. N. (IV: 202, 3, 4, 10, 8, 9, 20, 2, 4, 30, 1, 2, 5, 40, T. c.: 41), Naghi V. C. (IV: 202, 3, 10, 20, 2, 3, 30, 2, T. c.: 41).

Liceul „V. Alexandri" Galaţi.

Clasa V-a: Iosefsohn J. L. (V: 278). — *Clasa VII-a:* Semenescu M. (VII: 213).

Liceul particular evreesc Galaţi.

Clasa V-a: Ilie M. I. (254), Vaisman I. M. (V: 248, 57, 78).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: Barbu A. A. (VIII: 198, 213), Bilcea Gh. (VII: 213, T. c.: 51).

Liceul Internat „C. Negruzi" Iaşi.

Clasa VI-a: Dobrovici D. (VI: 214), Marensohn S. L. (VI: 222, 9), Motaş C. C. (VI: 210, 23, 7, 9, 32, 3, 4, 5, 41, 4), Rădulescu M. Şt. (VI: 223, 7, 8), Reischer L. H. (VI: 225, 27, 9, 35), Rosenblatt M. (VI: 222, 3, 9, 46, VII: 213, VIII: 134, T. c.: 50), Sava I. Victor (VI: 213, 4, 8, 28, 9, 33, 9), Solomon I. (VI: 229, 35, 46, 56), Ştefan D. Gh. (VII: 213, 8, 28).

Liceul Național Iași.

Clasa IV-a: ISĂCESCU N. A. (IV: 203, 7).

Liceul „Mihail Kogălniceanu" Iași.

Clasa V-a: BARBU I. (V: 234, 54), DORNEANU N. (V: 234, 53, 4), FECHLER B. (V: 234, 53, 4), LUPU H. (V: 234, 46, 53, 4), ROMULUS C. M. (V: 234, 53, 4).

Liceul „Coriolan Brediceanu" Lugoj.

Clasa IV-a: BĂLĂCESCU I. S. (IV: 202, 10), VERCA C. (IV: 219). — *Clasa V-a:* POTOCEANU C. I. (V: 257, 68, 9, 78), RADOSLAV I. (V: 253, 4), VINȚAN I. L. (V: 253, 4, 7, 9, 69, 78). — *Clasa VI-a:* NEUMANN F. (T. c.: 41). — *Clasa VII-a:* STAMATE I. I. (VII: 213, T. c.: 28, 9, 34, 5).

Liceul „Tasse Dumitrescu" Mizil.

Clasa IV-a: IONESCU T. C. (IV: 292, 7, 12, 20, 4), IONESCU V. GH. V. (IV: 202, 7, 20, 4), OVEZEA GH. (IV: 202, 20, 4). — *Clasa V-a:* DIACONU A. C. (V: 236, T. c.: 36), TEODORESCU T. GH. (V: 236, 54, 7, T. c.: 36). — *Clasa VI-a:* BUZNEA C. R. (VI: 192), DRAGOMIRESCU T. I. (VI: 226*). — *Clasa VII-a:* MIHĂLAȘCU GH. (VII: 204, T. c.: 36), VODARICI N. C. (VII: 200, 4, T. c.: 36, 7, 41).

Liceul „Vasile Lupu" Orhei.

Clasa VI-a: MIRONOȘNICENCO F. V. (VI: 246, 57).

Liceul „I. C. Brătianu" Pitești.

Clasa V-a: SIMA C. E. (V: 256).

Liceul „Petru și Pavel" Ploești.

Clasa V-a: FLORESCU L. A. (V: 259, 69, 78), VASILESCU N. GH. (V: 253, 4, T. c.: 48), ZOTA ȘT. ȘT. (V: 253, 4). — *Clasa VII-a:* ALEXANDRESCU M. (VII: 210, 3). — *Clasa VIII-a:* ANASTASESCU M. M. (VIII: 131, 61), IONESCU C. T. (VIII: 132, T. c.: 41), NICULESCU P. R. (VIII: 132, 3, 4, 5, 6, 7) NICOLESCU V. A. (VIII: 132, 4), VULCAN N. (VIII: 132, 3, 4, 5, T. c.: 41). DUMITRESCU G. N. (VIII: 161, 2), ȘTEFĂNESCU SP. SP. (161, 2).

Liceul „Mihail Eminescu" Satu-Mare.

Clasa V-a: TURTUREANU GH. P. (V: 234, 6).

Liceul „Durostor" Silistra.

Clasa VI-a: CARACEFF L. (VI: 227), LIUHOMIR H. C. (VI: 229, 34). — *Clasa VII-a:* SEMERGIU C. S. (VII: 200, 10).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Tg. Jiu.

Clasa V-a: PĂNOIU A. I. (V: 253, 4). — *Clasa VII-a:* ROȘCA P. (VII: 213).

Liceul „Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: Bakonyi C. C. (IV: 220, 2, 4, 7, 8, 30), Coloman C. B. (IV: 223), Egon R. R. (IV: 203), Sângeorge I. M. (IV: 202). — *Clasa V-a:* Olariu L. (V: 236, 68), Oprin I. C. (V: 269, 76). — *Clasa VII-a:* Kiss A. (VII: 213).

Liceul „Traian“ Turnu Severin.

Clasa IV-a: Cameniţă I. I. (IV: 202, 4, 23), Morărel G. C. (IV: 202, 4). — *Clasa V-a:* Bârceru G. V. (V: 233, 49, 53, 68, 9), Căpraru C. Al. (V: 233, 4, 47*, 9, 53, 4, 68, 9), Paulini R. (V: 233, 4, 6, 47*, 53, 61, 8). — *Clasa VI-a:* Gherghinescu V. R. (VI: 229), Modâlcă S. E. (VI: 218*, 27, 9, 31, 2, 44, T. c.: 65), Zăvoianu D. I. (VI: 210, 23, 8).

Liceul militar „N. Filipescu“ Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Bârlea V. Gh. (IV: 222, 4), Boeru C. A. (IV: 202, 22), Chintescu M. (IV: 224), Georgescu Fl. IV: 207), Vijelie E. (IV: 202, 3, 4, 7, 9, 39). — *Clasa V-a:* Anastasiu M. M. (V: 233, 5, 48, 61, 8, 78, VII: 198, 200, 13, T. c.: 37, 41), Andrievici N. (V: 257, 69, 72), Bogza A. (V: 232, 4, 57, 78), Cernat C. (V: 254), Deciulescu Gh. (V: 257, 61, 8, 9, 70, 8, VI: 227), Diaconescu M. (V: 246, 8, 9, 53, 7, 8, 72, VIII: 151*, T. c.: 41), Dumitrescu Al. Gh. (V: 232, 6, 9, 78), Georgescu S. E. (V: 254, 6, 68, 9, 78), Gheorghiu S. Gh. (V: 233, 4, 53, VII: 200), Heroiu N. Sp. (V: 248, 69, 78), Horga I. L. (V: 246), Jipescu N. (VII: 213), Popescu T. M. (V: 236, 48), Rădulescu Gh. N. (VII: 198), Staicu I. N. (V: 235, 48, 53, 7, 60, 8, 9, 72, 8, VII: 210, VIII: 161), Stoenescu D. M. (V: 233, 5, 57, 60*, 8, VII: 210, Varo N. (V: 235). — *Clasa VII-a:* Cosma C. (VII: 207, 13, 7, 8), Luca D. (VII: 213, 8), Petrescu B. (VII: 207, 13, 7), Tatomir M. Gh. (VII: 200).

Liceul militar „D. A. Sturdza“ Craiova.

Clasa V-a: Badea I. (V: 257), Bădescu F. C. (V: 239, 43, 6, 8, 55, 7, 8, 69, 77), Ciobanu V. (V: 243, 57, 69), Constantinescu Gh. (V: 257, 69), Macovescu Gh. Al. (V: 257, 69), Nanu N. B. (257, 69), Paparizu Gh. (V: 269), Priboianu N. D. (V: 257, 69, Ţurlescu A. (V: 232). — *Clasa VII-a:* Balaban Gh. (VII: 213), Boian D. E. (VII: 207, 8, 18), Rădulescu I. (VII: 218)

Liceul militar „Mihai Viteazu“ Tg. Mureş.

Clasa IV-a: Cismaru V. (IV: 222, 3, 4), Creţu N. Ş. (IV: 224), Măinescu I. (IV: 214*, 20), Păuţa M. (IV: 223), Vasiliu C. D. (IV: 252). — *Clasa V-a:* Conari A V. (V: 257), Ionescu Al. D. (V: 259*, 61), Măgeanu I. N. (V: 239, 61, 9, 71), Mironescu I. D. (V: 239, 44), Mihăilescu D. (V: 269, 71), Neamţu E. (V: 239), Onofriesei M. (V: 239), Patraulea Ad. (261), Popescu A. I. (V: 259), Popescu F. C. (V: 239, 61, 9, 71), Stănescu F. D. (V: 244, 69, 71), Şuteu I. (V: 239, 40), Todinică V. C. (V: 278), Topalescu S. G. (V: 268). — *Clasa VI-a:* Enescu V. D. (VI: 210, 28, 9) Iacob Şt. (VI: 227), Pasăre E. (VI: 210, 14), Sandu M. Gh. (VI: 210), Săndulescu C. (VI: 214, 7, 22). — *Clasa VII-a:* Dalban G. (VII: 196, 8, 200, 7), Drăgulescu Gh. (VII: 213), Hurezeanu C. (VII: 196, 210, 3), Matei D. V. (VII: 198, 205), Vulcan C. (VII: 200).

Liceul militar „General Macarovici" Iaşi.

Clasa V-a: Bărbieru V. (V: 257, 61, 8, 9), Bârsan H. (V: 261), Cârdeiu D. Gh. (V: 246, 8, 55, 6, 7, 61, 63, 8, 9, 76, 7), Crăciun I. I. (V: 238, 43, 4, 53, 4, 6, 7, 61, 4, 5*, 8, 76, 7), Creţu P. D. (V: 232, 43, 54), Iluianu I. (V: 268), Jiletcovici S. (V: 253, 4, 68, 9), Meoteş E. (V: 256, 61, 8, 9), Nanu D. D. (V: 254), Pantelimon V. C. (V: 251, 3, 7, 61, 5, 8, 9, 75, 8), Paul V. C. (V: 254), Paraschiv D. C. (V: 268, 9, 78), Petrescu A. (V: 244, 9, 53, 4, 5, 6, 7, 8, 61, 8, 9, 70, 6, 7), Popa D. M. (V: 223, 51, 6, 7, 8, 61, 5, 8, 9, 70, 5, 6, 7), Savin I. (V: 268), Ştefănescu L. (V: 268, 78), Trufin C. Tr. (V: 255, 7, 9, 61, 8, 9, 75, 6, 7, 8), Turcu R. S. (V: 244, 53, 4, 6, 7, 61, 5, 8, 9, 70, 5, 6, 7). — *Clasa VI-a:* Petrescu Gh. V. (VI: 202, 13, 4), Stoian Şt. D. (VI: 230, 3). — *Clasa VII-a:* Bârcă Gh. Gh. (VII: 198, 205), Cjierciu I. Gh. (VII: 191), Ionescu M. C. (VII: 197, 8, 9*, 205).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa IV-a: Burlea Al. (IV: 224), Cojoacă M. P. (IV: 240), Ghemaru N. (IV: 240), Ilie N. (IV: 240), Jalbă L. (IV: 224), Lazea I. I. (IV: 213), Vesa Virgil (IV: 224). — *Clasa V-a:* Cucu A. (V: 269, 78), Guran I. V. (V: 269, 78), Popescu C. I. (V: 253, 4, 69, 78), Popescu D. F. (V: 269, 78), Petcu V. (V: 233, 4, 5, 6, 53, 4), Toma I. V. (V: 233, 48, 9, 53, 7), Răducanu N. C. M. (V: 254, 69, 78), Spânu M. (V: 253). — *Clasa VI-a:* Creţu R. (VI: 247), Fluture V. (VI: 246, 7), Gheorghe Al. V. G. (VI: 246), Nemţeanu M. (VI: 247), Pântescu C. (VI: 246), Pârvulescu V. (V: 246, 7), Petrea C. C. (VI: 246, 7), Totolici F. A. (VI: 246), Ţiţei C. (VI: 246). — *Clasa VII-a:* Georgescu A. (VII: 218), Mateescu Fl. (VII: 218), Nicolae V. (VII: 218).

Liceul militar „Ştefan Cel Mare" Cernăuţi.

Clasa V-a: Dovgan V. Gh. (V: 254). — *Clasa VII-a:* Boian E. (VII: 213), Floareş A. (VII: 213), Nedelcu N. (VII: 213).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Iulie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 242.* Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\frac{933\,339 - 5x}{11\,111} = \frac{4\,777\,779 - 2x}{111\,111} + \frac{45\,557 - 2x}{1\,111}$$

şi să se verifice soluţiunea aflată.

O. N. Ţ.

IV. 243. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} (a+1)(x+1)+(b+1)(y+1)=c+1 \\ (a-1)(x-1)+(b-1)(y-1)=c-1. \end{cases}$$

C. I. B.

IV. 244. Câți soldați de plumb are Nicușor?

El a format cu ei, un contur exagonal, punând pe fiecare latură același număr de soldați; apoi stricând lanțul, a pus câte un soldat mai mult pe fiecare latură și a format cu ei un pentagon. (Să se țină seamă că și în colțurile poligonului se așează câte un soldat).

N. M.

IV. 245. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} (a^2+1)x-(a-1)y=a^3-a \\ (a-1)x-2y=0. \end{cases}$$

G. D. S.

IV. 246. O bară cilindrică de *60* cm lungime este alcătuită din două bare puse cap la cap și lipite: una de fier cu densitatea *7,8* cealaltă din zinc cu densitatea *6,5*. Toată bara e vopsită așa că nu se cunoaște secțiunea care separă fierul de zinc.

Căutând baza găsim *1,4287* kg, iar diametrul ei de 2 cm.

Să se găsească prin calcul secțiunea de separație.

G. D. S.

IV. 247. Care este raza bazei unui con circular drept, știind că suprafața lui laterală se desfășoară pe un plan:

a) după un sfert de cerc de rază R;

b) după un semicerc de rază R.

A. G.

IV. 248. Să se rezolve sistemul de două ecuațiuni cu două necunoscute:

$$\begin{cases} a(y-1)+x=0 \\ a^2(2x+y)-a(x+y+1)+(x-2y-1)=0. \end{cases}$$

H. P. I.

IV. 249. Un părinte spune fiului său: Dacă lipsesc de lângă tine atâția ani cât ai tu acum, împlinesc la întoarcerea mea de două ori mai mulți ani decât vei avea tu atunci. Dacă nu mă întorc, să știi că am murit cu șase ani înainte de a împlini tu dublul anilor ce ai și atunci am avut de cinci ori vârsta ta de acum patru ani. Părintele a plecat și nu s'a mai întors.

Care era vârsta sa și a fiului său la plecare?

A. A. R.

IV. 250. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{ay - bx}{m} = \frac{cy - dx}{n} = p.$$

A. A. R.

IV. 251. Se dă un cerc de rază R. Să se afle aria trapezului isoscel circumscris, ale cărui baze sunt proporționale cu numerele 1 și 3.

C. I. B.

Clasa V-a. *Exerc. 279.* Să se rezolve inecuațiunea:

$$\frac{2bx}{x(x-a) - b(x-b) + a^2} < -1.$$

C. I. B.

V. 280. Perimetrul unui câmp dreptunghiular este *200 m.* Dacă sporim o latură și micșorăm pe cealaltă cu *10 m,* suprafața crește cu *2 ari.* Să se găsească laturile.

I. L.

V. 281. Să se rezolve sistemul:

$$x - y = xy\ ;\ y - z = zy\ ;\ z - x = xz.$$

GH. B.

V. 282. Să se rezolve ecuațiunea:

$$(a^3-1)(a+1)x^5+(a^3+1)(a-1)x^4-2a(a^2-1)x^3+2a(a^2-1)x^2 - (a^3+1)(a-1)x-(a^3-1)(a+1)=0.$$

H. P. I.

V. 283. Să se rezolve inecuațiunea:

$$\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \geqslant \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}.$$

H. P. I.

V. 284. Fie ecuațiunea $P(x) \equiv ax^2 + 2bx + c = 0$ cu rădăcini reale. Ecuațiunea:

$$(a + \lambda)\, x^2 + 2\,(b + \lambda)\, x + (c + \lambda) = 0,$$

are de asemenea rădăcini reale, dacă λ ese de semn contrar cu $P(-1)$.

N. M.

V. 285. Fie un triunghiu ABC oarecare și H intersecțiunea înălțimilor BB_1 și CC_1. Să se demonstreze relațiunea:

$$\frac{AC_1}{AB_1} = \frac{AC \cdot B_1C}{CH \cdot BB_1}.$$

C. I. Ț.

V. 286. Se dau două cercuri secate O și O', având punctele A și B comune. Fie C punctul diametral opus lui A în cercul O și D punctul diametral opus lui B în cercul O'.

Să se arate că suprafața figurii ACBD este egală cu $OO' \times AB$.

G. D. S.

V. 287. Intr'un triunghiu dreptunghiu ABC ($A = 90^0$), fie B' și C' proiecțiunile lui B și C pe mediana din A.

Să se arate că:

$$AB' \cdot AC' = AH^2,$$

H fiind proiecțiunea lui A pe BC. A. G.

V. 288. Fie ABCD un trapez cu laturile paralele AC, DC. Din vârful C al laturii BC se duce paralela CH la diagonala BD până întâlnește în H latura AD. Fie H' intersecția lui BC cu paralela din D la AC. Să se demonstreze că suprafețele HAB, H'AB sunt egale între ele și egale cu suprafața trapezului ABCD.

Gh. B.

V. 289. Să se găsească toate sistemele de soluțiuni ale sistemului de ecuațiuni:

$$(a + b)^3 x^3 + (a + c)^3 y^3 = (2a + b + c)^3$$
$$(b + c)^3 y^3 + (a + b)^3 z^3 = (2b + a + c)^3$$
$$(c + a)^3 z^3 + (b + c)^3 x^3 = (2c + a + b)^3.$$

O. N. Ț.

V. 290. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} cy^5 + bz^5 = A \\ cx^5 + az^5 = B \\ bx^5 + ay^5 = C. \end{cases}$$

Să se determine A, B, C astfel ca x, y, z să fie respectiv proporţionali cu $\sqrt[5]{a}$, $\sqrt[5]{b}$, $\sqrt[5]{c}$.

Să se rezolve complet sistemul în acest caz, dându-se toate sistemele de soluţiuni care corespund condiţiunii.

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 258.* Să se rezolve cu ajutorul trigonometriei ecuaţiunea:

$$x^3 - 3x + 1 = 0.$$

U. M. F.

VI. 259. Să se rezolve un triunghiu dreptunghiu căruia i se cunoaşte înălţimea h şi bisectoarea interioară l, duse din vârful unghiului drept.

U. M. F.

VI. 260. Notaţiunile fiind cele obişnuite pentru un triunghiu oarecare să se arate că avem relaţiunea:

$$4S \cdot \operatorname{cotg} A + h_c^2 - h_b^2 = \frac{h_c^2}{\sin^2 A} + c^2 \cos^2 A - a^2 \cos^2 A.$$

H. P. I.

VI. 261. Fie un exagon regulat ABCDEF de latură a. Din A, C şi E se ridică perpendicularele AA', CC', EE' pe planul exagonului. Ştiind că $\overline{AA'} = \overline{CC'} = \overline{EE'} = b$, să se afle aria ce mărgineşte solidul ce ar avea muchiile $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$, $\overline{AA'}$, $\overline{A'B}$, $\overline{A'F}$, $\overline{C'B}$, $\overline{C'C}$, $\overline{C'D}$, $\overline{E'D}$, $\overline{EE'}$, $\overline{E'F}$, $\overline{A'C'}$, $\overline{C'E'}$, $\overline{E'A'}$.

H. P. I.

VI. 262. Intr'un triunghiu ABC, A', B', C' fiind picioarele înălţimilor pe laturile BC, CA, AB şi H ortocentrul, există relaţiunile:

$$\Sigma \overline{BH} \cdot \overline{CH} \sin A = 2s$$

$$\frac{\overline{BH} \cdot \overline{CH}}{\overline{HA'}} = \frac{\overline{CH} \cdot \overline{AH}}{\overline{HB'}} = \frac{\overline{AH} \cdot \overline{BH}}{\overline{HC'}} = 2R.$$

A. G.

VI. 263. Dintr'un triunghiu de hârtie îndoit convenabil se formează o piramidă triunghiulară.

Se cere volumul acestei piramide.

A. G.

VI. 264. Să se stabilească relația:

$$a\,[1 - \cos^2 B - \cos^2 C] = \cos A \,.\, [b \cos B + c \cos C]$$

între laturile și unghiurile unui triunghiu.

N. M.

VI. 265. Să se verifice relația:

$$4Rr^2 = (r_a - r)\,(r_b - r)\,(r_c - r)$$

notațiunile fiind cele obișnuite într'un triunghiu.

N. M.

VI. 266. Un con cu generatoarea de *30 cm* se desfășoară pe un plan și dă un sector circular cu unghiul la centru de 60^0. Cât cântărește acest con știind că este făcut din bronz cu densisitatea *8,1*.

G. D. S.

VI. 267. Să se pună sub formă calculabilă prin logaritmi expresiunea:

$$E \equiv \frac{\sin a + \sin b + 2\sin^2 \dfrac{a+b}{2}}{\sin a - \sin b + 2\sin^2 \dfrac{a-b}{2}}.$$

C. I. B.

VI. 268. Să se arate că într'un triunghiu oarecare avem relațiunea:

$$a\,(\cos x - \sin x) = b\,[\cos(x - C) - \sin(x + C)] + c\,[\cos(x + B) - \sin(x + B)]$$

oricare ar fi x.

C. I. Ț.

VI. 269. Intr'o sferă dată se înscrie un paralelipiped dreptunghiu. Fiecare față a paralelipipedului dreptunghiu taie în sferă un cerc mic. Să se arate că suma ariilor cercurilor mici astfel obținute este aceeași oricare ar fi paralelipipedul dreptunghiu înscris în sferă.

O. N. Ț.

Clasa VII-a. *Exerc. 236.* Se dau punctele A (2, 1, 1); B (7, 3, 1); C (6, 1, 2).

Să se reprezinte în epură perpendiculară CD ridicată în punctul C pe planul ABC, cum și intersecțiunea între planul ABC și planul vertical trecând prin CD.

C. I. B.

VII. 237. Se dă o dreaptă oarecare D (d, d'), un punct A (a, a') și o dreaptă Δ a cărei proiecțiune orizontală trece prin proecțiunea orizontală a punctului A. Să se ducă prin punctul A o dreaptă, care să se sprijine pe dreptele D și Δ, fără a întrebuința plane auxiliare.

C. D. S.

VII. 238. Se consideră în epură, planul P $(P'\alpha P)$, dreapta D (d, d') în plan și un punct M (m, m') oarecare.

Se duce prin M o orizontală H și o frontală F, care să întâlnească dreapta D. Să se construiască urmele planului Q format de F și H. Să se găsească în epură, intersecțiunea planelor P și Q.

N. M.

VII. 239. Dreptele D_1, D_2 se taie în M_0 subt unghiul α; fie încă O, un punct în planul lor la distanța d de M_0, dreapta OM_0 făcând unghiurile α_1 și α_2 cu D_1 și D_2 respectiv.

Două mobile M_1 și M_2 pleacă din M_0 cu condițiunea ca dreapta M_1M_2 să treacă mereu prin O. Să se arate că între legile lor de mișcare: $s_1 = \overline{M_0M_1} = f_1(t)$ și $s_2 = \overline{M_0M_2} = f_2(t)$, avem relațiunea:

$$\frac{\sin\alpha_1}{f_2} = \frac{\sin\alpha_2}{f_1} = \frac{\sin\alpha}{d}.$$

In particular, dacă M_1 se mișcă uniform cu viteza v_1, viteza ui M_2, la un moment t, este dată de de:

$$v_1 v_2 = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} \cdot \left(\frac{f_2}{t}\right)^2.$$

N. M.

VII. 240. Dacă $y = \sin x + \cos x$, avem:

(1) $3\dfrac{y+y''}{y'+y'''} + \operatorname{tg} x = 0$ şi $2(y'+y''')^3 + 27(y+y'')^4 \cos^3 x = 0$

H. P. I.

VII. 241. Două mobile pornesc în acelaş timp, unul din A cu mişcarea uniformă, având viteza *40* m/sec., al doilea din B are mişcare uniform variată având acceleraţia 3 m/sec^2. Distanţa AB este de 200 m, iar sensul de mişcare $\overrightarrow{AB}$. Să se arate:

1°. Când se întâlnesc cele două mobile?

2°. După prima întâlnire, care este distanţa maximă dintre ele?

3°. La ce distanţă se găsesc de punctele de plecare, când vitezele lor devin egale?

4°. După cât timp de la plecare distanţa între ele va fi 100 m?

G. D. S.

VII 242. Intr'o sferă de rază R se înscrie un trunchiu de con, astfel ca unghiul subt care se vede din centrul sferei raza cercului mic de bază este a treia parte a unghiului subt care se vede din centrul sferei raza cercului mare de bază.

a) Să se calculeze raportul y al ariei laterale a trunchiului de con către aria sferei. (Acest raport fiind evident independent de raza sferei);

b) Să se studieze variaţiunea raportului y, când facem să varieze unghiul pomenit mai sus între limitele valorilor posibile;

c) Să se determine aproximativ unghiul corespunzător maximului raportului y, calculându-se valoarea cosinusului lui cu o aproximaţie mai mică ca 0,001.

O. N. Ţ..

VII. 243. Notând:

$$f(x) = x^m - m\,x^{m-1} + m(m-1)\,x^{m-2} - \ldots + (-1)^m\, m!,$$

să se arate că:

$$f(x) + \frac{2}{1!} f'(x) + \frac{3}{2!} f''(x) + \frac{4}{3!} f'''(x) + \ldots + \frac{p+1}{p!} f^{(p)}(x) + \ldots = (x+1)^m$$

$f^{(p)}(x)$ însemnând derivata de ordinul p al lui $f(x)$.

A. A. R.

VII. 244. Să se studieze variațiunea funcțiunii:

$$y = \begin{vmatrix} 1 & \cos x & \cos^2 x \\ 1 & \sin x & \sin^2 x \\ 1 & \sin x + \cos x & 1 \end{vmatrix}$$

și să se reprezinte această variațiune. O. N. Ț.

VII. 245. Să se studieze variațiunea funcțiunii:

$$y = \cfrac{1}{x + \cfrac{2}{x + \cfrac{2}{x+2}}}.$$

O. N. Ț.

Clasa VIII-a. *Exerc. 164.* Să se construiască parabola:

$$y^2 - 8y - 4x + 28 = 0;$$

să se verefice proprietățile ei în punctul unde taie axa OX.

N. M.

VIII. 165. Se dă un cerc, M un punct pe cerc și N simetricul centrului cercului față cu M. Tangentele duse din N la cerc îl ating în P, Q. Se cere locul geometric al punctului R, care împarte coarda PQ în raportul λ, când M variază pe cerc.

C. I. B.

VII. 166. Pe o parabolă se consideră un punct M variabil și simetricul său M' față de axa de simetrie.

Se cere locul geometric al intersecțiunii tangentei în M cu paralela dusă prin M' la axa de simetrie. G. D. S.

VIII. 167. Fie M un punct mobil pe cercul de ecuațiune

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Prin punctul A (a, o) se duce o dreaptă (D) perpendiculară pe tangenta în M la cerc. Se cere locul geometric al intersecțiunii tangentei în M cu dreapta (D). H. P. I.

VIII. 168. Pe o parabolă se consideră un punct M variabil și simetricul său M' față de axa de simetrie.

A fiind un punct fix pe axa parabolei se cere locul geometric al intersecțiunii dreptei MA cu paralela dusă prin M' la axă.

G. D. S.

VIII. 169. Prin A (a, o) şi prin origină se duc două drepte variabile, care se intersectează în punctul B făcând între ele un unghiu de 90^0. Dacă E şi F sunt respectiv mijloacele lui OB şi AB, se cere locul geometric al mijlocului segmentului $\overline{EF}$.

H. P. I.

VIII. 170. Se dă un triunghiu oarecare ABC şi fie A_1, B_1, C_1 mijloacele laturilor. Să se demonstreze că dacă din triunghiul ABC se scoate triunghiul $A_1B_1C_1$, centrul de greutate al figurii rămase este în centrul de greutate al triunghiului ABC.

C. I. Ţ.

VIII. 171. Să se arate că ecuaţiunea:

$$\begin{vmatrix} a & x & x & x \\ x & b & x & x \\ x & x & c & x \\ x & x & x & d \end{vmatrix} = 0,$$

are rădăcinile reale, dacă a, b, c, d sunt cantităţi reale.

M. I. F.

Pentru toate clasele. *Exerc. 66.* Dacă $A + B + C = \pi$, o relaţiune între funcţiile trigonometrice ale unghiurilor întregi A, B, C sau ale multiplilor lor, rămâne valabilă dacă mărim unghiurile de k ori, $(k - 1)$ fiind un multiplu al lui *6.* Dacă $(k + 1)$ este un multiplu al lui *6,* este suficient ca să schimbăm semnul unghiurilor pentru a obţine relaţiunea adevărată.

C. I. Ţ.

T. C. 67. Să se stabilească relaţiunile între x şi y, astfel ca să avem:

a) $\sin x + \cos x = \sin y + \cos y$

b) $\sin^3 x - \cos^3 x = \sin^3 y - \cos^3 y.$

C. I. Ţ.

T. C. 68. Să se calculeze derivata funcţiunii:

$$y = e^{x^{\operatorname{tg} x}}.$$

A. A. R.

T. C. 69. Să se calculeze integrala:

$$\int e^x (1 + x + x^2)\, dx.$$

A. A. R.

T. C. 70. Se dau pe o dreaptă patru puncte O_1, O_2, O_3, O_4 aşezate în ordinea dată şi din fiecare luat centru se descrie câte un cerc astfel ca cercurile cu centrele în O_2, O_3, O_4 să treacă respectiv prin punctele O_1, O_2, O_3. Ce relaţiune trebue să existe între distanţele centrelor acestor cercuri pentru ca să avem:

$$O_1A_1 \parallel O_2A_2 \parallel O_3A_3 \text{ şi } O_1A_2 \parallel O_2A_3,$$

unde am însemnat cu A_1, A_2, A_3 respectiv intersecţiunile perechilor de cercuri: O_1, O_2 ; O_2, O_3 ; O_3, O_4 aşezate de aceeaşi parte a dreptei date.

H. P. I.

T. C. 71. Fie $M(a, b)$ un punct în plan. Să se găsească locul lui M, astfel ca una din rădăcinile ecuaţiunilor

$$x^2 + ax + q = 0 \quad , \quad y^2 + vy + q' = 0$$

să fie egală cu suma celorlalte trei rădăcini.

GH. B.

T. C. 72. Să se rezolve ecuaţia:

$$4 \sin x = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}.$$

GH. B.

T. C. 73. Ştiind că numerele întregi şi pozitive A, B, C, D au respectiv *a, b, c, d* cifre, să se găsească limitele între care variază numărul de cifre al expresiunii:

$$E = \left(\frac{A^m \times B^n}{C^p \times D^q} \right)^r.$$

I. L.

Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului şi se redactează după „Instrucţiunile" publicate în Nr. 1 pag. 24, pentru a fi luate în considerare.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică»

ERATĂ. La Ex. VI. 255 în loc de $\sin(a - x)$ trebue scris $\sin(a + x)$.

No. 8761

216
5
1080 3
1

1037

9682

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 8 — 1 MAI 1937

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa VI-a. *Exerc. 218.* Pentru identitatea (*a*) folosim relaţiile

$$\cos\left(\frac{3\pi}{8} \pm a\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8} \mp a\right)$$

şi obţinem:

$$8\cos\left(\frac{\pi}{8}+a\right)\cos\left(\frac{\pi}{8}-a\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}-a\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}+a\right) =$$

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4}+2a\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+2a\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}+4a\right) = \cos 4a.$$

Pentru (*b*) avem:

$$\operatorname{tg} A = \frac{2\sin A\cos A}{2\cos^2 A - 1 + 1} = \frac{\sin 2A}{1+\cos 2A} = \frac{2\sin 2A\cos 2A}{2(1+\cos 2A)\cos 2A}$$

$$= \frac{\sin 4A}{2\cos 2A + 2\cos^2 2A} = \frac{\sin 4A}{1 + 2\cos 2A + \cos 4A};$$

$$\operatorname{cotg} 2A = \frac{1-\operatorname{tg}^2 A}{2\operatorname{tg} A} = \tfrac{1}{2}\operatorname{cotg} A - \tfrac{1}{2}\operatorname{tg} A \text{ sau } \operatorname{tg} A = \operatorname{cotg} A - 2\operatorname{cotg} 2A.$$

C. I. Ţ.

VI. 230. Pentru semnul plus obţinem:

$$\Sigma \sin A + \tfrac{1}{2}\Sigma \sin 2A - \Sigma \sin(A+B) + 2\sin A \sin B \sin C = 0,$$

ţinem seama că $A + B + C = 360^0$ şi egalitatea devine

$$(1) \qquad \Sigma \sin 2A + 4\sin A \sin B \sin C = 0.$$

Dacă în relația

$$\sin a + \sin b + \sin c - \sin(a+b+c) = 4\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{b+c}{2}\sin\frac{c+a}{2}$$

facem

$$a = 2A\ ,\ b = 2B\ ,\ c = 2C\ ,\ a+b+c = 720^0$$

și obținem

$$\Sigma\sin 2A = 4\sin(360^0-C)\sin(360^0-A)\sin(360-B) = -4\sin A\sin B\sin C$$

sau

$$\Sigma\sin 2A + 4\sin A\ \sin B\ \sin C = 0.$$

Pentru semnul minus obținem

$$\sin A - \sin B - \sin C + \tfrac{1}{2}\Sigma\sin 2A + \sin C + \sin B - \sin A + 2\sin B\sin C = 0$$

care este chiar relația (1).

C. I. Ț.

VI. 231. Relațiunea (*a*) se obține transformând sumele în produse. Pentru relațiunea (*b*) avem:

$$\operatorname{tg} A = \frac{m\sin A}{m\cos A},\ \frac{\sin 2B + \sin 2C}{\cos 2B + \cos 2C} = \frac{2\sin(B+C)\cos(B-C)}{2\cos(B+C)\cos(B-C)} = -\operatorname{tg} A.$$

deci

$$\operatorname{tg} A = \frac{m\sin A}{m\cos A} = \frac{-\sin 2B - \sin 2C}{\cos 2B + \cos 2C} = \frac{m\sin A - \sin 2B - \sin 2C}{m\cos A + \cos 2B + \cos 2C}.$$

Pentru aplicație înlocuim $m\sin A = \sin 2A$ și $m\cos A = 1+\cos 2A$.

C. I. Ț.

Clasa VIII-a. *Exerc. 70. Să se arate că:*

$$\int\frac{dx}{1-\sin x} = \operatorname{tg} x + \sec x + c.$$

A. A. R.

Integrala dată se poate scrie succesiv:

$$\int\frac{dx}{1-\sin x} = \int\frac{(1+\sin x)\,dx}{1-\sin^2 x} = \int\frac{dx}{\cos^2 x} + \int\frac{\sin x\,dx}{\cos^2 x}.$$

Dar:

$$\int\frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c,\ \int\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx = \sec x + c.$$

$$\therefore\ \int\frac{dx}{1-\sin x} = \operatorname{tg} x + \sec x + c.$$

[Aceeași soluție și pentru exercițiul 71].

VIII. 73. Să se găsească valorile lui x, pentru care valoarea polinomului

$$x^7 + 6x^6 + 5x^5 + 4x^3 + 3x - 1$$

să fie mai mare ca 100.000.

A. A. R.

Este destul să luăm $|x|$ mai mare decât cel mai mare din numerele

$$\sqrt[7]{\frac{100.000}{0,5}} \; ; \; \frac{6+0,5}{0,5} .$$

[A se vedea lecțiuni elementare de Algebră superioară pentru clasa VIII. N. ABRAMESCU pag. 43 ediția V Edit. G. M.]

Ultimul număr fiind mai mare este suficient să luăm $|x| > 13$ pentru ca valoarea polinomului dat să rămână mai mare ca 100.000.

VIII. 75. Să se rezolve ecuația

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

știind că rădăcinile sunt în progresie aritmetică.

A. A. R.

Fie $x_1 - r, x_1, x_1 + r$ cele trei rădăcini ale ecuației date. Relațiile dintre rădăcini și coeficienți sunt:

(1) $$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

(2) $$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = -1$$

(3) $$x_1 x_2 x_3 = -3 .$$

Inlocuind în (1) rădăcinile alese obținem $x_1 = 1$.

Inlocuind în (3) și ținând seamă de rădăcina găsită avem

$$1 - r^2 = -3 \quad \therefore \; r = \pm 2.$$

Deci rădăcinile sunt: $-1 , 1 , 3$.

VIII. 86. Să se rezolve ecuația

$$x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$$

știind că admite rădăcina $1 + i$.

A. A. R.

Ecuația dată admițând rădăcina $1+i$, admite și conjugata ei $1-i$, iar polinomul din membrul întâi este divizibil cu produsul

$$(x-1-i)(x-1+i)=x^2-2x+2.$$

Ecuația putându-se scrie

$$(x^2-2x+2)(x^2+x+1)=0$$

celelalte rădăcini sunt: $\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$.

VIII. 90. Să se calculeze derivata funcțiunii

$$y=\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}.$$

A. A. R.

Avem succesiv:

$$y'=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1+\frac{(2x+1)^2}{3}}=\frac{1}{x^2+x+1}.$$

VIII. 92. Să se rezolve ecuația:

$$x^3-2x^2-11x+a=0$$

știind că între rădăcini există relația:

$$x_1+2x_2+3x_3=0.$$

G. D. S.

Avem de rezolvat sistemul:

$$x_1+2x_2+3x_3=0\ ,\ x_1+x_2+x_3=2$$

$$(x_2+x_3)x_1+x_2x_3=-11,\ x_1x_2x_3=-a.$$

Scăzând primele două ecuații obținem:

$$x_2+2x_3=-2\quad\therefore\quad x_2=-2-2x_3$$

și din a doua ecuație:

$$x_1=2-x_2-x_3=4+x_3.$$

Ducând aceste valori în ecuația a treia găsim:

$$3x_3^2+8x_3-3=0\quad\therefore\quad x_3'=\frac{1}{3}\ ;\ x_3''=-3.$$

Avem deci rădăcinile:

$$x' = \frac{13}{3}\ ,\ x_2' = -\frac{8}{3}\ ,\ x_3' = \frac{1}{3}\ ;\ x_1'' = 1\ ;\ x_2'' = 4\ ;\ x_3'' = -3$$

corespunzătoare lui:

$$a' = +\frac{104}{27} \text{ şi } a'' = +12\ .$$

VIII. 121. Avem: $E = 1 - a^{n+1}(1 + a^m - a^{n+m+1})$

$= 1 - a^{n+1} - a^{n+m+1} + a^{2n+m+2} = (1 - a^{n+1})(1 - a^{n+m+1})$

$= 1 - a^2)(1 + a + a^2 + \ldots + a^n)(1 + a + a^2 + \ldots + a^{n+m})$.

C. I. Ţ.

VIII. 146. Avem succesiv:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \sin \alpha x\, dx = -\left(\frac{\cos\frac{\alpha\pi}{2\alpha}}{\alpha} - \frac{\cos 0^0}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \cos \alpha x\, dx = \frac{\sin\frac{\alpha\pi}{2\alpha}}{\alpha} - \frac{\sin 0^0}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \frac{dx}{1 + \cos\alpha x} = \int_0^{\frac{\pi}{2\alpha}} \frac{dx}{2\cos^2\frac{\alpha x}{2}} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha\pi}{4\alpha}}{\alpha} - \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\ .$$

C. I. Ţ.

Toate clasele. *Exerc. 47.* Fiecare latură trebue împărţită cu $\sqrt{6}$ pentru a obţine laturile triunghiului mic. Fie a o latură a triunghiului dat. Un patrat cu diagonala a are ca latură $\frac{a}{\sqrt{2}}$; construim un triunghiu echilateral cu latura $\frac{a}{\sqrt{2}}$ şi cercul său circumscris are ca rază $\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

La fel se procedează cu celelalte două laturi, apoi se construeşte triunghiul căutat.

C. I. Ţ.

Până la 10 Aprilie s'au primit soluții bune pentru exercițiile publicate în numerele 4, 5, 6 și 7 dela [1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" București.

Clasa IV-a: Edith Noe (IV: 244), Făgărășanu Coca (IV: 244), Grigoriu Marga (IV: 212, 31), Teodorescu V. Zoe (IV: 220, 4, 8), Vasiliu C. Margareta (IV: 224). — *Clasa V-a:* Bucescu Smaranda (V: 269, 78, 80), Constantinescu D. Paula (V: 280, 1), Ghega I. Anastasia (V: 253, 80*, 1), Glück Antonia (V: 269, 78, 80), Mayer B. Sylvia (V: 253, 80, 1), Motomancea P. Rodica (V: 244, 53, 4), Nissim L. Mioara (V: 269, 70, 3, 8), Pisler L. Fani (V: 278), Rennert H. Tica V: 280, 1), Walter Stela (V: 278, 80, 1).—*Clasa VI-a:* Bădulescu V. Viorica (VI: 227, 8), Ene Eugenia (VI: 223, 4*, 31, 41), Lipschitz A. Beatrice (VI: 222, 8, 41).—*Clasa VII-a:* Askenasy I. Margareta (VII: 224*, 6, 32*, T. c.: 50, 1), Beral Edith (VII: 2, 18, 24*, 6, 31, 4, T. c.: 57, 71), Braghină J. Justina (T. c.: 57), Conovici B. Elvira (VII: 226); Mateescu Stela (VII: 218, 24*, T. c.: 50, 1), Scurtu N. Lucia (T. c.: 57), Ștefănescu T. Maria (VII: 224*, T. c.: 57), Antoniu I. Jona (VII: 226).—*Clasa VIII-a:* Marinescu D. Maria (VIII: 164*, T. c.: 53, 65), Petrov E. Elena (VIII: 161, 4*, 6, T. c.: 65, 8, 9), Teodorescu A. Cornelia (T. c.: 65).

Școala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" București.

Clasa IV-a: Anastasia M. Melania (IV: 232*, 3, 40), Șteflea I. Anca (IV: 219, 20, 2, 8, 30). — *Clasa V-a:* Păunescu Elena (V: 280, 4, 7). *Clasa VII-a:* Romașcan G. Georgeta (VII: 218, 24*).

Institutul de fete „Pompilian" București.

Clasa IV-a: Gustav C. Elena (IV: 223), Teodorescu Cr. Ștefania (IV: 223, 4). — *Clasa V-a:* Nestorescu V. Lilica (VII: 203, 7, 12, 3). — *Clasa V-a:* Netzler Joseta (VII: 218, 26*, T. c.: 53, 65).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu" București.

Clasa V-a: Buzescu P. Georgeta Claudia (V: 248, 9, 55, 6, 7, 8, 60, 2, 8, 9, 76, 8).

Liceul „Ortodox internat" București.

Clasa V-a: Plăviţescu Clementa (V: 256, 60, 2, 6, 8, 9, 77, 80, VI: 266).

Liceul de fete „Domniţa Ileana" București.

Clasa IV-a: Velicu Eliza (IV: 244, 9).—*Clasa V-a:* Zvoreșteanu H. Rodica (V: 257, 70, 8).— *Clasa VI-a Cătuleanu Angela* (VI: 234, 5, 45, 59).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Regina Maria“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Goldenberg F. Cleo (IV : 218, 9, 20), Herman M. Claire (IV : 218, 9, 20), Popescu Cristiana (IV : 228, 33), Rachmuth D. Jitta (IV : 222, 3, 4, 32, 4, 40), Solomonidi A. Aurelia (IV : 211, 8, 9, 40).—*Clasa VII-a:* Jacoby D. Marcela (VII : 226).

Institutul de fete „Sf. Maria“ Bucureşti.

Clasa VII-: Chis I. Maria (VII : 210).

Liceul de fete Bacău.

Clasa V-a: Papadopol D. Elena (V : 254).

Liceul „Principesa Elena“ Braşov.

Clasa V-a: Istrate I. Ileana (V : 276, 7, 8, 80, 1, 2).

Liceul de fete „Dr. C. Angelescu“ Buzău.

Clasa V-a: Roth V. Marcela (VII : 226, 9).

Liceul „Ştirbei Vodă“ Călăraşi.

Clasa VII-a: Marinescu I. Elena. (VII : 207*, 10, 23, VIII : 140*, 52*, 62*, T. c.: 45, 8, 50, 1, 65, 8*, 9*, 72).

Liceul de fete Caracal.

Clasa VII-a: Musceleanu Ileana (VII : 208, 9, 13, T. c.: 43, 5).

Liceul de fete „Oltea Doamna“ Cernăuţi.

Clasa V-a: Breitner Paula V : 257, 8, 76, 8). — *Clasa VII-a:* Ceauşanski I. Paula (VII : 207, 8, 10).

Liceul de fete „Regina Maria“ Cluj.

Clasa V-a: Băbuţiu I. Angela (V : 278), Negrean I. Margareta (V : 254, 78).

Liceul de fete „Ec. Urziceanu“ Craiova.

Clasa VII-a: Filimon I. Veronica (VII : 210, 2, 8), Petrescu Valeria (VII : 210, 2, 3).

Liceul de fete „Mihail Kogălniceanu“ Galaţi.

Clasa VIII-a: Grigoriu Aurora VIII : 146*, 54, 61).

Liceul de fete „Elisabeta Doamna“ Rădăuţi.

Clasa V-a: Abraham R. Mina (V : 257, 77).

Liceul de fete „Carabella" Târgoviște.

Clasa III-a: Georgescu Cleopatra (IV: 213, 8, 20, V: 246, T. c.: 43).— *Clasa V-a:* Heroiu N. Rodica (IV: 223, 4).

Liceul de fete „Carmen Sylva" Timișoara.

Clasa VIII-a: Guttmann Paraschiva (VIII: 166, 7, 8), Schimmerling Gertruda (VIII: 166, 7, 8, 9), Spitzer Clara (VIII: 166, 7, 8).

Liceul „Gh. Lazăr" București.

Clasa IV-a: Boițeanu I. F. (IV: 223, 4), Condrus Gr. (IV: 224, 31) Cristea N. M. (IV: 222, 3, 4), Friedman I. B. (IV: 224, 43, 4, 5), Frigator M. M. (IV: 212, 4, 5, 8, 20, 2, 3, 4, 6, 30, 1, 4, 43, 4, 5, 7, 50, V: 257, VI: 266), Ganea N. (IV: 220, 4, 8), Kraus V. R. (IV: 220, 1, 3, 37, 44, 5, 7, 9), Malaxa N. C. (IV: 245, 6), Momiceanu S. D. (IV: 213, 20, 3, 4), Moscovici I. N. (IV: 223, 4), Petrescu I. I. (IV: 220, 32, 40), Popa I. V. (IV: 220, 3, 4, 8, 48, 57), Popescu Gh. V. (IV: 222, 3, 4), Regenbogen L. (IV: 224). — *Clasa V-a:* Argacianuc V. L. (V: 264), Manuila S. A. (V: 269). — *Clasa VI-a:* Cățoiu Șt. Șt. (IV: 222, 34), Ionescu M. M. (VI: 232).—*Clasa VII-a:* Cotingaru D. (T. c.: 51, 68), Herbstein A. (T. c.: 51, 68), Popescu A. M. (VIII: 161). — *Clasa VIII-a:* Slăvescu D. R. (VIII: 141, 6*, T. c. 43, 8), Sterescu N. (VIII: 144: Trandafirescu C. I. (VIII: 143), Țuțuianu M. (VIII: 134).

Liceul „Mihai Viteazul" București.

Clasa VI-a: Baicu S. L. (VI: 228), Navrea I. M. (VI: 222, 3, 4), Serdici V. Gh. (VI: 225, 8).—*Clasa VII-a:* Andrei N. I. (VII: 226), Călinescu D. Tr. (VII: 226), Constantinescu G. A. (VII: 207), Dumitrescu M. G. (VII: 226, 7), Lascar M. (VII: 226), Radu T. M. (VII: 209, 13).—*Clasa VIII-a:* Conovici N. P. P. (VIII: 170).

Liceul „Aurel Vlaicu" București.

Clasa VIII-a: Buzescu P. A. Valentin (VIII: 150, 1, 4*, 6, 7, 8, 9, 62, T. c.: 51, 60, 5).

Liceul „Spiru Haret" București.

Clasa V-a: Angelescu C. C. (V: 248, 54, VII: 207*), Șeibulescu C. (V: 248, 53, 67*, 8, 9, 71, 6*). — *Clasa VI-a:* Cernovodeanu I. I. (VI: 222, 4), Stănculescu I. M. (VI: 241, VIII: 154, T. c.: 57).

Liceul „Matei Basarab" București.

Clasa VII-a: Constantinescu I. G. A. (VII: 210, 1, 2, 3, 7), Preciado I. Th. (VII: 206, 7, 9, 12, 3, 5, VIII: 141, T. c.: 46), Șaichin O. A. (VII: 215, T. c.: 46, 63).

Colegiul Național „Sf. Sava" București.

Clasa IV-a: Ciurescu I. F. (T. c.: 57), Constantinescu Th. Th. (V: 257, 60, 9, 80). — *Clasa VII-a:* † Ciurescu I. Radu (VII: 228, 9).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Leibovici B. S. (V: 248, 9, 53, 4, 7, 61, 2, 6).

Liceul „Cantemir Vodă“ Bucureşti.

Clasa VIII-a: Georgescu N. N. VIII: 146, T. c.: 44*).

Liceul „Sf. Iosif“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Theodoroff A. Filip (IV: 218, 9, 22, 3, 4).—*Clasa V-a:* Bențe V. Gh. (V: 249, 53), Theodoroff A. S. (V: 225).—*Clasa VI-a:* Ardare N. C. (VI: 222, 8).

Institutul „Schewitz Thierrin“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Gheorghiu C. C. (IV: 212, 3, 5, 6, 8, 9, 20).—*Clasa VI-a:* Drăgușanu I. C. (T. c.: 47*), Mihăilescu C. (VI: 226, 8, T. c.: 47*), Pantazi I. (VI: 218, 27*, 33, 57).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Bucureşti.

Clasa V-a: Golz N. W. (V: 276).—*Clasa VI-a:* Michelsohn L. (V: 251), Serdici V. G. (VI: 232).

Liceul „Profesorii Asociaţi“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Şerbănescu C. N. (VI: 228).

Liceul particular Libros Bucureşti.

Clasa VI-a: Segal J. (VI: 223, 56, 7).

Liceul „Mihai Viteazu“ Alba-Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu-Stabu A. M. (V: 265, 8, 9, 70, 1, 2, 3, 4*, 5, 6, 7, 8, VI: 237*, 8*, 9*, 40*, 1, 4, 5, 6, 7*, 50*, VII: 223, VIII: 154, 7, T. c.: 52, 3, 5, 65*).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa IV-a: Popp V. I. (IV: 218, 22, 4, 32, 3, 40), Weissenberger G. G. (V: 248).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa V-a: Baroni A. L. (V: 261), Micu V. P. (V: 253, 4, 61, 9, 86).—*Clasa VII-a:* Schwartz I. A. (VII: 226).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa IV-a: Grigoraș E. E. (IV: 224).—*Clasa VI-a:* Vernescu I. I. (VI: 227, 8).

Liceul „Samuel Vulcan“ Beiuș.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI: 266), Teodiran Gh. Gh. (VI: 222, 8, 9, 39, 65, VII: 207, 10).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa III-a: Pop O. E. (IV: 231).—*Clasa V-a:* Cristea I. N. (V: 254).

Liceul „T. Laurian“ Botoşani.

Clasa VII-a: Patrulius D. H. VII: 208, 10, 3, 5).

Liceul „N. Bălcescu" Brăila.

Clasa V-a: Georgescu M. (V: 269), Manea A. (V: 256, 7, 64, 9), Radacovici D. (V: 269, 77), Trefilov I. M. (V: 267*, 9, 6, 242, 53, T. c.: 53).— *Clasa VI-a:* Bucurenciu S. A. (VI: 264, 5), Constantinescu I. N. (VI: 222, 8, 46), Enăceanu P. A. (VI: 228).

Liceul „Andrei Şaguna" Braşov.

Clasa IV-a: Puşcariu I. H. (IV: 224). — *Clasa V-a:* Zăvoianu I. M. (V: 248, 54, 69). — *Clasa VI-a:* Cojanu G. A. (VI: 257), Prişcu R. I. (VI: 228, 51).

Liceul „Internat" Buftea.

Clasa V-a: Cernescu I. Gh. (V: 257), Matei M. M. (V: 257).—*Clasa VII-a:* Scărlteşcu S. C. (VII: 218).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Buzău.

Clasa VI-a: Draoomirescu T. I. (VI: 223, 7, 8, 32*).

Liceul „B. P. Haşdeu" Buzău.

Clasa VII-a: Ivaşcu N. A. (VII: 226).

Liceul „Ştirbei Vodă" Călăraşi.

Clasa V-a: Iancu I. Gh. (V: 264), Ivaşcu D. M. (V: 244, 51, 76), Rădulescu Gh. Em. (V: 255, 6, 7, 61, 9, 71), Ulescu N. P. (V: 257, 8). — *Clasa VI-a:* Alexandrescu R. (VI: 267), Bărbulescu R. (VI: 227, 8). — *Clasa VII-a:* Andelman D. H. (T. c.: 58).

Liceul „Ioniţă Asan" Caracal.

Clasa III-a: Musceleanu Vinicius (IV: 221). — *Clasa V-a:* Lungescu D. Şt. (V: 249, 53), Mihăilescu M. E. (VII: 213, 5, VIII: 143). — *Clasa VII-a:* Cocoliceanu M. I. (VII: 210, 8).

Şcoala Normală Carei-Sălaj.

Clasa III-a: Neagu M. M. (IV: 213, 31, T. c.: 55).

Liceul „Marele Voevod Mihai" Cernăuţi.

Clasa V-a: Golz N. M. (V: 269, 71, 7, VII: 223 .

Liceul „Alecu Russo" Chişinău.

Clasa IV-a: Andrunachievici A. D. (IV: 223, 4, 8, V: 257, 62).

Liceul „B. P. Haşdeu" Chişinău.

Clasa V-a: Marcher N. M. (V: 256, 61), Marcu N. M. (V: 253).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Cluj.

Clasa IV-a: Rosenberger I. Er. (IV: 213, 5, 9, 20, 23, 4, 31).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa VII-a: Saegiu V. C. (VII: 224, 6, 31, 2).

Şcoala Normală de băeţi Cluj.

Clasa VII-a: Lupaşcu I. N. (IV: 235, 8), Socină Gh. (IV: 235, 8, V: 278), Şofron Ş. P. (V: 257).

Liceul „Mircea Cel Bătrân" Constanţa.

Clasa VI-a: Constantinescu I. V. (VI: 228, 9), Preda Gr. N. (VI: 218). Stamatiade G. P. (VI: 228, 32).

Colegiul Naţional „Carol I" Craiova.

Absolvenţi: Tănăsescu J. (VIII: 135, 6, 42, 3, 4, 5, 6, 7).

Liceul „Gr. Ghica" Dorohoi.

Clasa V-a: Sulţeanu C. C. (V: 269).

Liceul „N. Gane" Fălticeni.

Clasa IV-a: Gafiţiu V. V. (IV: 244). — *Clasa VI-a:* Dimitrov V. C. (VI: 257).

Liceul „Unirea" Focşani.

Clasa V-a: Panaiti I. A. (V: 270), Turtureanu Gh. P. (V: 270).

Liceul particular evreesc Galaţi.

Clasa V-a: Ilie M. J. (V: 249). — *Clasa VII-a:* Berman S. M. (VII: 207, 13, 5).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa IV-a: Marinescu T. N. (IV: 212, 3, 5, 6, 8, 9, 20). — *Clasa VII-a:* Bilcea T. Gh. (VII: 207, 10, 29).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iaşi.

Clasa VI-a: Dobrovici N. D. (VI: 228), Gheorghiţă Şt. (VI: 218, 28, 30, 1, 2, 3), Motaş C. C. (VI: 231, 43), Panu E. (VI: 228), Rosenblatt I. M. (VI: 226, 7), Sava I. V. (VI: 232, 43*, 57*, T. c.: 65). Solomon I. (VI: 238, 57, 64, 7, T. c.: 65). — *Clasa VII:* Negrescu C. Al. VII: 236).

Liceul Naţional Iaşi.

Clasa IV-a: Isărescu N. A. (IV: 223, 7, 8, V: 253, 7). — *Clasa VI-a:* Gheorghiţă V. S. (VI: 225, 39), Lupaş S. M. (VI: 265), Motaş C. (VI: 265), Panu G. E. (VI: 265), Rosenblatt I. M. (VI: 239, VII: 226). — *Clasa VII-a:* Feldman L. O. (VII: 213, 8, 26).

Liceul „Coriolan Brediceanu" Lugoj.

Clasa V-a: Zeno D. V. G. (V: 269). — *Clasa VI-a:* Sorian M. O. (VIII: 151).

Liceul „Tasse Dumitrescu" Mizil.

Clasa V-a: Teodorescu T. G. (V: 255). — *Clasa VII-a:* Popescu D. S. (VII: 210, 8), Vodarici N. C. VII: 213).

Liceul Industrial Pitești.

Clasa IV-a: Barbu T. C. (IV: 213, 8, 9), Capciaș P. P. (IV: 213, 4, 5, 6, 8, 9, 20, 27, 33, V: 252, 3, VI: 229), Istrate N. (IV: 213, 9), Ionescu G. Al. (IV: 213, 9, 20), Nicolescu S. I. (IV: 214, 5, 9, 20, V: 253), Nistor Gh. Gh. (IV: 219, Popescu V. A. (IV: 213, 6, 20), Tatu Gr. Tr. (IV: 213, 4, 6, 8, 9, 20, V: 276), State I. N. (IV: 116).

Liceul „Petru și Pavel" Ploești.

Clasa V-a: Stănescu Gr. Gr. (V: 248, 53, 4, 7), Vasilescu N. Gh. (V: 257). — *Clasa VIII-a:* Anastasescu M. M. (VIII: 161), Miu D. N. (VIII: 161), Vulcan G. N. (VIII: 140, 1*, 5, 6).

Liceul „Alexandru Lahovari" R. Vâlcea.

Clasa VIII-a: Iepureanu M. I. (VII: 213, 8).

Liceul „Mihail Eminescu" Satu-Mare.

Clasa V-a: Turtureanu G. P. (V: 267, 9, 70, 6, 8).

Liceul „Durostor" Silistra.

Clasa VII-a: Semergiu C. S. (VII: 208, 13).

Liceul „Radu Greceanu" Slatina.

Clasa VI-a: Ghițulescu C. I. (VI: 238).

Liceul „Tudor Vladimirescu", Târgu-Jiu.

Clasa VII-a: Roșca D. P. (VII: 208).

Liceul „Diaconovici Loga" Timișoara.

Clasa IV-a: Bakonyi C. C. (IV: 231, 3), Teleguț M. (IV: 224).

Liceul „Traian" Turnu Severin.

Clasa IV-a: Glogojanu I. M. (IV: 222, 3, 8, 32, 44). — *Clasa V-a:* Bârgeru G. V. (V: 278), Căpraru D. C. A. (V: 257, 63, 77), Giurescu N. V. (V: 272, 8).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa III-a: Crăciunescu I. M. (V: 249, 55, 68, 78). — *Clasa IV-a:* Bârlea G. V. (IV: 223, 8, V: 257), Popescu V. C. (IV: 222, 57), Vijelie E. (IV: 215). — *Clasa V-a:* Anastasiu M. M. (V: 257*, 60), Andrievici N. (V: 261, 78, VIII: 161), Buznea D. D. V: 228, VII: 213), Cernat C. (V: 249, 53, 7, 69, 76), Deciulescu D. Gh. (V: 278), Diaconescu M. (V: 254, 61, 9, 77, 8, VI: 227, 8, VII: 213, VIII: 161), Gheorghiu I. Gh. (V: 249, VII: 213), Heroiu N. Sp. (V: 272, 80), Marinescu Gh. (V: 248, 9) Popescu T. M. (V: 224, 53, 4, 78, VII: 213), Rădulescu G. N. (V: 257, 85), Roboiu

G. N. (V : 257, 8), Staicu I. N. (V : 256, 61, 77, 9, VIII : 151), Stoenescu D. M. (V : 258, 61, 9, 77, 8, VIII : 151*), Teodorescu N. D. (V : 278), Vlădoianu R. Gh. (VI : 265). — *Clasa VI-a :* Nicolaescu I. Gh. (VI : 246, 7*). — *Clasa VII-a :* Petrescu C. A. (VII : 213, 8), Petrescu P. B. (VII : 231), Ştefănescu D. N. (VII : 218*, 29, 31, 2, 6, 8*, 9*, T. c. : 68*, 9*).

Liceul militar Craiova.

Clasa V-a : Brătan M. (V : 243, 6, 8, 9, 51), Ciobanu V. (V : 239). — *Clasa VI-a :* Lupu I. G. (VI : 246, 7).

Liceul militar „Mihai Viteazu" Târgu Mureş.

Clasa IV-a : Creţu Ş. (IV : 224), Măinescu Z. I. (IV : 223, 8), Sava V. D. (IV : 224), Vasiliu C. D. (V : 257, VI : 197, 222, 3), Tătaru T. (IV : 235). — *Clasa V-a :* Anghelescu T. (V : 287), Manu N. I. (V : 254), Măgeanu I. N. (V : 257), Mironescu I. D. (V : 269, 71, 8, 87), Popa Gr. I. (V : 224, 43, 69), Todirică V. C. (V : 254, 69, 70), Topalescu G. S. (V : 278, 87), Zeveleanu G. G. (V : 254, 69, 87). — *Clasa VI-a :* Constantinescu V. (VI : 265), Iacob S. (VI : 267), Pop A. A. (VI : 228, 46, 65). — *Clasa VII-a :* Caius P. (VII : 213), Toma N. N. (VII : 208).

Liceul militar Iaşi

Clasa V-a : Bârsan H. (V : 257), Cârdeiu D. Gh. (V : 272, 3, 77), Constantin P. (V : 276, 7), Costescu Gh. I. (V : 258), Crăciun I. (V : 251, 4, 7), Davidoaica C. (V : 280, 7), Gheorghe P. (V : 285), Jiletcovici G. A. (V : 276), Mesteş Gr. E. (V : 243, 9, 54, 63, 76, 7), Paraschiv D. C. (V : 276), Parechi D. Gh. (V : 257), Petrescu A. (V : 251, 73, 84, 5, 7), Petrică T. (V : 256), Popa D. M. (V : 273, 85, 8), Prigoreanu Gh. (V : 278), Savin I. I. (V : 256, 63, 76, 7), Toma P. (V : 257, 63, 76, 7). — *Clasa VI-a :* Dobrovici N. D. (VI : 222), Panu G. E. (VI : 246, 7, 59), Solomon I. I. (VI : 259).

Liceul militar „Ştefan cel Mare" Cernăuţi.

Clasa IV-a : Ţuţuianu I. Gh. (IV : 222). — *Clasa V-a :* Chilug M. A. (V : 253, 7), Cotublea I. C. (V : 276), Iliescu Gr. R. (V : 253, 6, 7, 69), Ionescu D. S. (V : 237, 48, 9, 53, 5, 6, 8, T. c. : 55), Melinte V. I. (V : 257, T. c. : 55). — *Clasa VI-a :* Matieş E. M. (VI : 257), Metz M. (VI : 246, 7), Moţoc L. R. (VI : 246, 7, 51, 7).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa IV-a : Bideanu M. I. (IV : 249, 50), Cojoacă M. P. (IV : 250), Crăciunescu V. Gh. (IV : 249), Diaconescu V. N. (IV : 249, 50), Ilie N. (IV : 249), Ionescu M. C. (IV : 250), Ionescu V. (IV : 249, 50), Jalbă S. L. (V : 249, 50), Lazea I. I. (IV : 249, 50), Muşatescu V. (IV : 249), Nicolescu E. (V : 250 , Radian M. (IV : 249), Sandu A. (IV : 249, 50), Smolenski A. (IV : 250), Vesa R. V. (IV : 249). — *Clasa V-a :* Borcea D. A. (V : 253, 4), Cucu N. A. (V : 254), Guran N. V. (253, 4), Meer N. M. (V : 254), Petcu V. (V : 254), Popescu D. F. (V : 254), Stăncioiu P. G. (V : 253, 4).

(Completarea în numărul următor).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 August 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 252.* Se dau două cercuri concentrice C_1 și C_2 de raze r și $2r$, având centrul în O. Raza OA_2 a cercului C_2 tae cercul C_1 în A_1. Pe tangentele în A_1 și A_2 se ia punctele B_1, B_2 astfel încât

$$\overline{A_2B_2} = 2 \cdot \overline{A_1B_1}.$$

Să se arate că planul MB_1B_2 (M fiind un punct din spațiu) trece prin O.

C. I. B.

IV. 253. Volumul unui con este egal cu al unui cilindru de aceeași înălțime, având ca bază, cercul circumscris triunghiului echilateral cu latura cât raza conului.

N. M.

IV. 254. Un cilindru are înălțimea cât diametrul și suprafața totală exprimată prin același număr ca și volumul. Să i se afle volumul.

G. D. S.

IV. 255. Cineva cumpără pahare și farfurii. Numărul farfuriilor este a cincea parte din cel al paharelor și fiecare farfurie costă de trei ori mai mult ca un pahar. Dacă în total a plătit *820,80* lei, cât costă toate paharele și cât toate farfuriile ?

G. D. S.

IV. 256. Care este locul geometric al punctelor din spațiu situate la distanța dată a de o dreaptă dată D și de un punct dat O. Discuție. Cazuri particulare interesante.

U. M. F.

IV. 257. Să se afle volumul trunchiului de con, ce se construește cu o semicoroană de carton având razele R și r.

A. G.

IV. 258. Poate exista un con circular drept a cărui suprafață laterală desfășurată pe un plan să dea un cerc întreg ?

Dar mai mult de un cerc întreg ? O. N. Ț.

IV. 259. Se poate face o secţiune într'un cub astfel ca să se obţină un exagon regulat? Câte secţiuni diferite se pot face în acest fel? Care este suprafaţa exagonului regulat în raport cu latura cubului.

U. M. F.

IV. 260. Să se demonstreze că oricare ar fi punctul luat în interiorul unui poliedru regulat suma distanţelor dela acel punct la feţele poliedrului este constantă.

A. A. R.

IV. 261. Un părinte spune fiului său: «eu am trecut de zece ori de vârsta ta», la care fiul său răspunde: «Mi-ai spus acum doi ani că trecuseşi de 28 ori de vârsta mea».

Care sunt vârstele tatălui şi fiului?

A. A. R.

Clasa V-a. *Exerc. 291.* Să se arate că expresiunea:

$$E \equiv \frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 - 2ax^2 + 2a^2} + \frac{x^2 - 3ax + 3a^2}{x^2 - 4ax + 4a^2} + \frac{x^2 - 5ax + 7a^2}{x^2 - 6ax + 9a^2}$$

este pozitivă pentru orice valoare reală a lui x, valoarea dată a fiind reală.

C. I. B.

V. 292. Să se arate că expresiunea:

$$E \equiv \frac{x - a}{x^3 + (1-a)x^2 + (1-a)x - a} + \frac{x - b}{x^3 + (b-1)x^2 + (1-b)x + b}$$

este pozitivă pentru orice valoare a lui x, valorile date a şi b fiind reale.

C. I. B.

V. 293. Se împart laturile unui triunghiu oarecare în câte trei părţi egale şi notăm punctele în ordinea $A, C_1, C', B, A_1, A'_1, C, B_1, B'_1$. Fie $A'B'C'$, $A_2B_2C_2$ şi $A'_2B'_2C'_2$ triunghiurile formate respectiv prin prelungirea dreptelor $(C_1B'_1, A_1C'_1, B'_1A'_1)$, (CB', AC', BA') şi (BC', CA', AB').

a) Să se arate că triunghiurile $ABC, A'B'C'$; $A_1B_1C_1, A'_1B'_1C'_1$; $A_2B_2C_2, A'_2B'_2C'_2$ formează perechi de triunghiuri egale şi au toate acelaşi centru de greutate.

b) Aria $A_2B_2C_2 = 3$ aria $ABC = 9$ aria $A_1B_1C_1$.

C. I. Ţ.

V. 294. Fie într'un cerc două coarde $\overline{BB'}$ şi $\overline{CC'}$. Paralelele din B şi C respectiv la CC' şi BB' taie a doua oară cercul, respectiv în *b* şi *c*. Fie I şi J punctele de intersecţie respectiv a lui BC cu CC' şi a lui C*b* cu BB'. Să se demonstreze că IJ e paralelă cu B'C'.

A. G.

V. 295. Să se rezolve inecuaţia:

$$\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} > \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}.$$

H. P. I.

V. 296. In ce caz una din rădăcinile ecuaţiunilor

$$x^2+px+q=0 \text{ şi } y^2+py+q=0$$

este egală cu suma celorlalte trei.

GH. B.

V. 297. Să se construiască un trapez de suprafaţă dată cunoscând una din laturile neparalele $\overline{BC}$ ca mărime şi poziţie şi ştiind că mijlocul celeilalte laturi neparalele se află pe o dreaptă Δ.

GH. B.

V. 298. Două cercuri secante O şi O' se taie în punctele A şi B. Diametrele AO şi BO' taie din nou cercurile în C şi D. Dintr'un punct M se duc drepte MC şi MD, care mai întâlnesc cercurile O şi O' respectiv în E şi F. Se cere locul geometric al punctului comun dreptelor AE şi BF când unghiul CMD rămâne constant.

G. D. S.

V. 299. Se notează: $1+\frac{1}{x^n}=u_n$. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$2x^2u_5+5u_1=7xu_3.$$

N. M.

V. 300. Fie $\overline{AB}$ o coardă a ceacului O şi C un punct pe ea, mai aproape de B decât de A. Perpendiculara în C pe OC taie cercul în D şi D'. Se ia pe AC, $\overline{AE}=\overline{CD}$ şi pe CD', $\overline{CF}=\overline{CE}$. Paralela din E la AF taie pe CD' în G. Să se arate că $\overline{DG}=\overline{EB}$.

N. M.

V. 301. Să se rezolve sistemul de inecuații:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 < 0 \\ \frac{2}{3} - \frac{3x}{5} + \frac{5y}{7} > \frac{x}{3} - \frac{3y}{5} + \frac{5}{7} \end{cases}$$

și să se reprezinte soluțiunile.

O. N. Ț.

V. 302. Să se determine valorile lui m pentru care rădăcinile ecuațiunii:

$$(3m^2 - 4)\,x^2 - (8m^2 + 5)\,x + (5m^2 - 4) = 0$$

să fie: *a)* reale, pozitive amândouă
b) reale, de semne contrarii
c) o rădăcină egală cu jumătatea celeilalte.

O. N. Ț.

Clasa VI-a. *Exerc. 270.* Să se rezolve un triunghiu dreptunghiu la care sunt cunoscute lungimile m și n ale celor două bisectoare nterioare ale unghiurîlor ascuțite.

U. M. F.

VI. 272. Un cub, un tetraedru și un octaedru au același volum. Știind că latura cubului este egală cu unitatea, care sunt mărimile laturilor celorlalte două corpuri?

Ce raport este între diagonala cubului și a octaedrului?

U. M. F.

VI. 272. Să se rezolve triunghiul ABC știind că:

$$C = 105^0,\ a = \sqrt{2},\ \overline{AB'} = 5 \cdot \overline{B'C};$$

B′ fiind piciorul înălțimii coborîte din B pe latura opusă AC.

H. P. I.

VI. 273. Pe muchia SA a unei piramide triunghiulare SABC, să se determine un punct M așa că piramidele SMBC și MABC să fie echivalente.

H. P. I.

VI. 274. Notaţiunile fiind cele obişnuite într'un triunghiu oarecare, avem relaţiunea:

$$r^2 \sum \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} = 2S.$$

Care este interpretarea geometrică?

A. G.

VI. 275. Notaţiunile fiind cele obişnuite într'un triunghiu oarecare să se arate că avem relaţiunea:

$$R^2 (\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = 2S.$$

Ce interpretare geometrică cuprinde?

A. G.

VI. 276. Un con este înscris într'o sferă. Suprafaţa lui laterală S, volumul V şi raza sferei R sunt legate prin relaţia:

$$S^2 = 6 \pi RV.$$

N. M.

VI. 277. Un trunchiu de con desfăşurat pe un plan dă un sector de coroană circulară cu unghiul la centru de 90^0. Generatoarea trunchiului de con fiind *20 cm* şi aria laterală de *2041 cm²* să i se calculeze volumul.

G. D. S.

VI. 278. Generatoarea şi axa unui con de rotaţie fac unghiul α. Se taie acest con cu două plane P şi Q perpendiculare pe axa conului şi având între ele distanţa *d*. Să se găsească dela vârful conului distanţa la planul cel mai apropiat, pentru cazul când în trunchiul de con determinat de cele două secţiuni, suma ariilor cercurilor de bază este egală cu aria laterală.

G. D. S.

VI. 279. Să se stabilească identitatea:

$$\frac{1 + \sin a + 2 \sin^2 \left(45^0 + \frac{a}{2}\right)}{1 - \sin a + 2 \sin^2 \left(45^0 - \frac{a}{2}\right)} = \operatorname{tg}^2 \left(45^0 + \frac{a}{2}\right).$$

C. I. B.

VI. 280. Se dă un cilindru circular aşa fel încât centrul O al unei baze se proiectează pe C, al doilea cerc de bază.

Dacă aria laterală este $4\pi R^2$, R fiind raza bazei, să se afle lungimea $\overline{OA}$, A fiind punctul cercului C cel mai depărtat de O.

C. I. B.

VI. 281. Fie B', C' picioarele înălţimilor $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ din triunghiul ABC. Iar M mijlocul laturii $\overline{BC}$. Să se calculeze perimetrul triunghiului MB'C' în funcţiune de $\overline{B'C'}$ şi unghiul A. Să se deducă că dacă triunghiul BAC variază picioarele înălţimilor B' şi C' rămânând fixe şi unghiul A constant, latura $\overline{BC}$ trece printr'un punct fix.

Să se arate apoi că : $\frac{\overline{CC'}}{\sin B} = \frac{\overline{BB'}}{\sin C} = \text{constant.}$

O. N. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 246.* Fie

$$f(x,y) = \cos x \sin y.$$

Să se arate că:

$$f^{(IV)}_{x^4} = f^{(IV)}_{y^4} = f^{(IV)}_{x^2y^2} = f(x,y)$$

şi

$$f^{(IV)}_{x^3y} = f^{(IV)}_{xy^3} = f(y,x).$$

N M.

VII. 247. Să se stabilească o relaţiune asemănătoare relaţiunii lui EULER, pentru funcţiunile care nu sunt omogene, dar depind de o funcţiune omogenă. Forma lor este:

$$u = F(f),$$

unde f este o funcţiune omogenă de mai multe variabile.

Aplicaţie:

$$u = \operatorname{arctg}\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right).$$

G. D. S.

VII. 248. Se dă în epură planul $P\alpha P'$, α fiind origină ;

$$\sphericalangle\, P\alpha x = 45^0; \quad \sphericalangle\, P'\alpha x = 30^0.$$

Să se figureze un triunghiu isoscel, cuprins în acest plan, care are în spaţiu baza $\overline{BC} = 35$ şi înălţimea 40, ştiind că baza e situată pe linia de cea mai mare pantă a planului $P\alpha P'$ faţă de planul orizontal şi cunoscând punctul B(35, 23, x).

G. D. S.

VII. 249. Să se studieze variaţiunea funcţiunii:

$$y = \frac{\sin x - \sin 2x + \sin 3x}{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}$$

şi să se traseze curba reprezentativă a acestei variaţiuni.

O. N. Ţ.

VII. 250. Notând

$$f(x) = x^m - mx^{m-1} + m(m-1)x^{m-2} \ldots + (-1)^m m!,$$

să se arate că:

$$f^{(p)}(x) + f^{(p+1)}(x) = p!\, C_m^p x^{m-p},$$

unde $f^{(p)}(x)$ înseamnă derivata de ordinul p a lui $f(x)$.

A. A. R.

VII. 251. Să se calculeze determinantul

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b & a+bi \\ -a & 0 & c & c+ai \\ -b & -c & 0 & b+ci \\ a-bi & c-ai & b-ci & 0 \end{vmatrix},$$

unde $i = \sqrt{-1}$, iar a, b, c valori reale şi să se arate că determinantul are valoare reală.

M. I. F.

VII. 252. Pe laturile unui triunghiu dreptunghiu a cărui ipotenuză este constantă, construim în afară semicercurile având ca diametre respectiv aceste laturi; apoi din aria pe care o formează împreună cu triunghiul scoatem aria cercului circumscris triunghiului. Cum trebue să luăm catetele triunghiului dreptunghiu, pentru aria rămasă să fie maximă?

O. N. Ţ.

VII. 253. Să se determine un plan pe care un triunghiu oarecare se proiectează ortogonal după un triunghiu echilateral. Să se construiască.

A. G.

VII. 254. Să se afle derivata funcţiunii implicite y, definită astfel:

$$\operatorname{arc\,tg} \frac{2xy}{y^2 - x^2} + \operatorname{arc\,tg} \frac{y}{x} = 0.$$

C. I. B.

VII. 255. Fie dat un cerc şi M un punct în planul cercului, situat la o depărtare de centru egală cu diametru. Tangentele duse din M la cerc, au punctele de contact în A şi B. P fiind un punct pe arcul mic AB, tangenta în P tae dreptele MA, MB în C, D.

Să se determine punctul P astfel ca produsul

$$\overline{MC} \times \overline{MD} \times \overline{CD}$$

să fie maxim.

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 172.* Se dau două axe rectangulare Ox Oy. Fie A un punct fix pe Ox şi M un punct variabil pe Oy. Paralela dusă din M la Ox şi perpendiculara dusă din M pe AM se taie în P. Locul geometric al punctului P este o parabolă. Să se afle aria cuprinsă între arcul de parabolă OP şi coarda $\overline{OP}$.

O. C. B.

VIII. 173. Să se afle aria cuprinsă între curbele:

$$x = 0;\ y = \cos x;\ x^2 = 2y + \frac{\pi^2}{4}.$$

N. M.

VIII. 174. Să se scrie ecuaţiunea familiei de cercuri tangentă la axele de coordonate cuprinse în cadranul I sau III.

b) Dintre aceste cercuri să se determine acelea care trec printr'un punct dat exemplu: A (2, 9).

c) Fie M punctul de contact al unuia din cercuri cu axa Ox.

O dreaptă, ce trece prin M şi are o direcţiune fixă, taie din nou cercul în M'. Se cere locul geometric al punctelor M'.

G. D. S.

VIII. 175. Să se arate că oricare ar fi θ, avem:

$$\begin{vmatrix} \sqrt{a^2+b^2}\,(a\cos\theta + b\sin\theta) & \sqrt{a^2+b^2}\cos\theta & \sqrt{a^2+b^2}\sin\theta & 1 \\ a^2+b^2 & a & b & 1 \\ a^2 & a & 0 & 1 \\ b^2 & 0 & b & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Care este interpretarea geometrică a acestei identităţi?

A. G.

VIII. 176. Dintre cercurile familiei din exercițiul precedent, să se determine acelea care trec prin punctul P $(\lambda - 2, \lambda^2 - 2)$, λ fiind raza cercului.

G. D. S.

VIII. 177. Se dau dreptele de ecuațiuni

$$(D_1) \quad a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$
$$(D_2) \quad a_1 x + b_1 y + c_2 = 0$$
$$(D_3) \quad a_2 x + b_2 y + \alpha = 0$$
$$(D_4) \quad a_3 x + b_3 y + \beta = 0$$

și se cere să se determiee condițiile ca dreptele să formeze:

a) Un trapez isoscel sau un paralelogram;

b) Un patrulater circumscris unui cerc.

M. I. F.

VIII. 178. Să se arate că dacă între rădăcinile ecuației:

$$x^3 + 4px^2 + 6qx + 4r = 0$$

există relațiunea: $x_1(x_2 + x_3) = 2x_2x_3$, atunci avem:

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} 1 & p & q \\ p & q & r \\ q & r & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

M. I. F.

VIII. 179. Să se separe rădăcinile reale ale ecuațiunii

$$x^4 + (1 - 3\alpha)x^2 + 2(\alpha + 1)x + 3\alpha + 1 = 0,$$

examinându-se toate cazurile posibile.

O. N. Ț.

Pentru toate clasele. *Exerc. 74.* Produsul a două numere este *3.750.032;* dacă scădem *100* din numărul cel mai mare, produsul scade cu *193.600.* Care sunt acele numere?

I. L.

T. C. 75. Când suma cuburilor a două numere prime cu *7* este divizibilă cu *7?*

I. L.

T. C. 76. Să se arate că numărul *1x9x3x7* nu se împarte exact cu *9*.

I. L.

T. C. 77. In ce caz numărul *1x9x3x7* este divizibil cu 11?

I. L.

T. C. 78. Numărul *35* este scris în sistemul de numeraţie cu baza *6*. Să i se găsească patratul în acest sistem.

GH. B.

T. C. 79. Ştiind că:

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 1936,$$

se cere să se determine valorile întregi ale lui α şi β pentru care numărul

$$N = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta}$$

este cel mai mic posibil. GH. B.

T. C. 80. Dacă x_1 este o rădăcină a ecuaţiei $x^2 - x\sqrt{2} + 1 = 0$, să se calculeze expresiunea:

$$x_1^m + \frac{1}{x_1^m}.$$

M. I. F.

T. C. 81. Să se găsească locul geometric al intersecţiei normalei şi tangentei în 2 puncte diametral opuse ale unei elipse.

A. G.

ERATĂ. La Ex. VI. 268 în loc de $sin\,(x + B)$ trebue scris $sin\,(x - B)$.

Rândul 2 de jos pag. 124 se înlocueşte *pereche* prin *nepereche*.

La problema VII. 239, relaţia de demonstrat este

$$\frac{\sin \alpha_1}{f_2} - \frac{\sin \alpha_2}{f_1} = \frac{\sin \alpha}{d}.$$

La ex. VII. 240 funcţia este

$$y = \sin x + \operatorname{cosec} x.$$

Problema VI. 264 s'a mai publicat în S. G. M. (VI: 88. N. B.). Corespondenţii vor continua însă să trimită soluţii.

Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului şi se redactează după „Instrucţiunile“ publicate în Nr. 1 pag. 24, pentru a fi luate în considerare.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică“.

„Gazeta Matematică“ apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică“, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII ştiinţifică, Ediţia V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediţia III revăzută şi îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu** şi **G. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învăţăminte Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută şi adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste preţuri se vor adăuga taxele poştale pentru expediţie.

Nr 9 - 1936/37 —

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL III. No. 9 — 1 IUNIE 1937

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Lt.-Comandor GR. ZAPAN

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa IV. *Exerc. 225.* Prin D″ ducem un plan la întâmplare. El va tăia Planul P după o dreaptă Δ, care la rândul ei întâlneşte, pe D în M. Se ia pe Δ segmentele MR şi MQ de o parte şi de alta, astfel încât MR = MQ = AB.

Paralelele duse prin R şi Q la D întâlnesc pe D′ în E şi G, iar paralelele prin E şi G la Δ taie pe D în F şi H. Vom avea evident EF = GH = AB, iar dreptele EF şi GH fiind paralele cu Δ sunt şi cu D″.

Aşa dar obţinem două plane în condiţiile problemei: planul format de D″ cu EF şi cel format de D″ cu GH.

Problema nu e posibilă dacă D″ e paralelă la D sau D′.

G. D. S.

Clasa V-a. *Exerc. 247.* Rezolvând sistemul găsim:

$$x = \frac{2b - a^2 - 2c}{2(2b - a^2)} = \frac{m - 2c}{2m}; \quad y = \frac{2b - a^2 - 2c}{2a} + \frac{ac}{2b - a^2}$$

$$= \frac{m - 2c}{2a} + \frac{ac}{m}$$

unde au notat: $2b - a^2 = m$.

Rezultă:

$$y^2 - 4cx = \frac{(m-2c)^2}{4a^2} + \frac{c(m-2c)}{m} + \frac{a^2c^2}{m^2} - 2c\frac{m-2c}{m}$$

$$= \frac{(m-2c)^2}{4a^2} - \frac{c(m-2c)}{m} + \frac{a^2c^2}{m^2} = \left(\frac{m-2c}{2a} - \frac{ac}{m}\right)^2.$$

G. D. S.

V. 262. Relațiile între rădăcini și coeficienți

$$x_1 + x_2 = -p \quad , \quad x_1 x_2 = q \quad \text{și} \quad x_1^3 q = x_2^3 p$$

ne dau

$$x_1^3 = \frac{q^3}{x_2^3} = \frac{p x_2^3}{q}, \quad x_2^6 = \frac{q^4}{p}, \quad x_2^3 = \frac{q^2}{\sqrt{p}}, \quad x_1^3 = q\sqrt{p}\ .$$

Aceste valori înlocuite în relația: $x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1+x_2) = -p^3$ obținem $q\sqrt{p} + \frac{q^2}{\sqrt{p}} - 3pq = -p^3$ sau $pq + q^2 = p\sqrt{p}(3q - p^2)$, ridicăm la patrat și avem $q^2(p+q)^2 = p^3(p^2 - 3q)^2$, relația din enunț.

C. I. Ț.

Clasa VI-a. *Exerc. 213.* Expresia dată se poate scrie:

$$E \equiv \frac{-2\sin 3a \sin a + \sin 3a}{2\cos 3a \sin a - \cos 3a} + \operatorname{tg} 3a$$

$$\equiv \frac{\sin 3a(1 - 2\sin a)}{\cos 3a(2\sin a - 1)} + \operatorname{tg} 3a \equiv -\operatorname{tg} 3a + \operatorname{tg} 3a \equiv 0.$$

G. D. S.

Clasa VII-a *Exerc. 219.* Avem:

$$f(x) = \frac{x}{\sin ax}\ ;\ f'(x) = \frac{\sin ax - ax\cos ax}{\sin^2 ax}$$

$$f''(x) = a\frac{ax - 2\sin ax\cos ax + ax\cos^2 ax}{\sin^3 ax}\ .$$

Se observă că pentru $x \to 0$ obținem, la aceste trei funcțiuni, nedeterminarea de forma $\frac{0}{0}$. Vom aplica regula lui HÔPITAL și relația cunoscută: $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$.

a) $$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{1}{a} \times \frac{ax}{\sin ax} = \frac{1}{a}.$$

b) $$\lim_{x \to 0} f'(x) = \lim \frac{a^2 x \sin ax}{2a \sin ax \cos ax} = \lim \frac{ax}{2 \cos ax} = 0.$$

c) $\lim_{x \to 0} f''(x)$

$$= a \times \lim \frac{a - 2a\cos^2 ax + 2a \sin^2 ax + a \cos^2 ax - 2a^2 x \sin ax \cos ax}{3a \sin^2 ax \cos ax}$$

$$= a \times \lim \frac{3 \sin ax - 2ax \cos ax}{3 \sin ax \cos ax} = a \times \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\cos ax} - \frac{2}{3} \frac{ax}{\sin ax} \right)$$

$$= a \left(1 - \frac{2}{3} \right).$$

Deci $\lim_{x \to 0} f''(x) = \frac{a}{3}$.

G. D. S.

VII. 224. Baza mare a trapezului fiind $a + 2x$ și înălțimea $h = \sqrt{a^2 - x^2}$, suprafața este

$$S = \frac{(a + a + 2x)\sqrt{a^2 - x^2}}{2} = (a + x)\sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{(a + x)^3 (a - x)},$$

$S^2 = (a + x)^3 (a + x)$. Suma factorilor fiind constantă, egală cu $2a$, maximul este când coeficienții sunt proporționali cu exponenții. $\frac{a + x}{3} = \frac{a - x}{1}$, $x = \frac{a}{2}$. Se poate arăta aceasta și ținând seamă că trapezul având trei laturi egale este jumătatea unui exagon cu laturile egale care are suprafața maximă când este regulat.

C. I. Ț.

Clasa VIII-a. *Exerc. 128.* Rădăcinile fiind în progresie geometrică putem scrie:

$$x_1 = \frac{u}{a^3};\ x_2 = \frac{u}{a};\ x_3 = ua;\ x_4 = ua^3$$

raţia fiind a^2.

Pentru ca ecuaţia să fie reciprocă aceste rădăcini trebue să fie două câte două inverse. Avem următoarele posibilităţi:

$$\text{I}\begin{cases} x_1 x_2 = \dfrac{u^2}{a^4} = 1 \\ x_3 x_4 = u^2 a^4 = 1 \end{cases} \qquad \text{II}\begin{cases} x_1 x_3 = \dfrac{u^2}{a^2} = 1 \\ x_2 x_4 = u^2 a^2 = 1 \end{cases} \qquad \text{III}\begin{cases} x_1 x_4 = u^2 = 1 \\ x_2 x_3 = u^2 = 1 \end{cases}$$

Sistemele I şi II duc la valori numerice pentru u şi a^2 (raţia) deci la ecuaţii particulare numerice.

Condiţia (III) ne dă $u = \pm 1$.

Ecuaţiile corespunzătoare sunt:

$$\left(x - \frac{1}{a^3}\right)\left(x - \frac{1}{a}\right)(x - a)(x - a^3) = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{a^3}\right)\left(x + \frac{1}{a}\right)(x + a)(x + a^3) = 0$$

sau scrise la un loc:

$$a^4x^4 \pm a(1+a^2)(1+a^4)x^3 + (1+a^4)(1+a^2+a^4)x^2 \pm a(1+a^2)(1+a^4)x + a^4 = 0.$$

(A se vedea ex. VI. 188).

G. D. S.

VIII. 152. Notăm $x = \dfrac{1}{y}$ şi avem:

$$y^3 - y^2 - (a^3 - 4a^2 + 5a - 2) = 0,\ a^3 - 4a^2 + 5a - 2 = (a-1)^2(a-2),$$

$$y^3 - y^2 - (a^3 - 4a^2 + 5a - 2) = [y - (a-1)][y^2 + (a-2)y + a^2 - 3a + 2] = 0,$$

$$y_1 = a - 1,\ y_{2,3} = \frac{2 - a \pm \sqrt{-3a^2 + 8a - 4}}{2},$$

toate rădăcinile sunt reale când

$$-3x^2+8a-4\geqslant 0$$

sau

$$3\left(a-\frac{2}{3}\right)(a-2)\leqslant 0$$

deci

$$\frac{2}{3}\leqslant a\leqslant 2,\ x_1=\frac{1}{a-1},\ x_{2,3}=\frac{2-a\mp\sqrt{-3a^2+8a-4}}{2(a^2-3a+2)}.$$

C. I. Ţ.

Toate clasele. *Exerc. 54.* Muchiile opuse ale tetraedrului fiind egale şi feţele lui sunt egale. Intersecţiile planelor ce trec printr'un vârf şi sunt perpendiculare pe câte una din laturile bazei, devin înălţimile triunghiului ce are ca vârfuri poziţiile rabătute ale vârfului considerat pe planul bazei spre exterior, în jurul fiecărei laturi

$$\cos\alpha=\frac{h'_a-\frac{h_a}{2}}{\frac{h_a}{2}}=\frac{\frac{h_a}{2}-h''_a}{\frac{h_a}{2}}$$ unde h_a este înălţimea dusă din A,

h'_a distanţa între A şi ortocentru, h''_a distanţa între ortocentru şi latura a. Inlocuim valorile $h_a=2R\sin B\sin C$, $h'_a=2R\cos A$, $h''_a=2R\cos B\cos C$ şi avem: $\cos\alpha=\frac{2\cos A}{\sin B\sin C}-1=1-2\operatorname{cotg}B\operatorname{cotg}C$.

C. I. Ţ.

Până la 10 Maiu s'au primit soluţii bune pentru exerciţiile publicate în numerele 5, 6, 7 şi 8 dela [1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Făgărăşanu Coca (IV: 223), Feraru Edith (IV: 244, 5), Grigoriu Marga (IV: 235, 9*, 44), Noe Edith (IV: 240), Teodorescu V. Zoe (IV: 240), Vasiliu C. Margareta (IV: 223, 38, 40, 4, 50, 55* . — *Clasa V-a:* Bucescu E. Smaranda (V: 281), Constantinescu D. Paula (V: 261, 8, T. c.: 74), Ghega I. Anastasia (V: 269, 78, 81), Glück W. Antonia (V: 281),

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Mayer B. Sylvia (V : 268, 70), Nissim L. Mioara (V : 280, 1), Pinsler L. Fani (V : 268, 80, 1, T. c. : 74), Renert Tica (V : 261). — *Clasa VI-a :* Bădulescu V. Viorica (T. c. : 74), Ene Eugenia (VI : 234*, 5, 44*, 7, 66, T. c. : 72), Marcoşanu M. Otilia (T. c. : 74). — *Clasa VII-a :* Antoniu Yona (VII : 225*, 7*, 9, 34, 5*), Beral Edith (VII : 246, 54, 5), Braghină Justina (T. c. : 50, 1), Conovici Elvira (T. c. : 50, 1), Scurtu Lucia (T. c. : 50, 1), Ştefănescu T. Maria (VII : 218, T. c. : 50, 1). — *Clasa VIII-a :* Crăciunescu I. Maria (VIII : 161, 3*, 4, 6, 8, T. c : 65), Marinescu D. Maria (VIII : 163*, T. c. : 50, 1, 68, 9), Petrov E. Elena (VIII : 155, 63*, 8), Teodorescu A. Cornelia (VIII : 164, 6, T. c. : 51, 68, 9).

Şcoala Centrală de fete „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa IV-a : Dumitriu A. Adriana (IV : 224). — *Clasa V-a :* Păunescu Elena (V : 296, 9*, T. c. : 76, 7). — *Clasa VII-a :* Romaşcan Georgeta (VII : 218*, 25, 31, 2).

Institutul de fete „Pompilian" Bucureşti.

Clasa IV-a : Gustav Elena (IV : 249), Mănescu Al. Lya (IV : 240, 3, 9), Marinescu Şt. Florica-Rodica (IV : 238, 40, 1, 9), Teodorescu C. Ştefania (IV : 240, 9). — *Clasa VII-a :* Bercovici I. Raşela-Lia (VII : 218, 26, T. c. : 50, 1, 68), Netzler Jossette (T. c. : 50, 1, 68).

Liceul de fete „Regina Maria" Bucureşti.

Clasa IV-a : Goldenberg F. Cleo (IV : 223, 4, 7, 41, 4, 50), Mattes M. Bianca (IV : 224, 40, 5), Popescu D. Cristina (IV : 223, 4), Segal Z. Adelina (IV : 223, 34, 45).

Liceul „Ortodox internat" Bucureşti.

Clasa V-a : Macarovici L. Cornelia (V : 248, 69, 78, 80), Plăviţescu Clementa (V : 256, 70, 1, T. c. : 74).

Liceul Ortodox Externat „Zoe Romniceanu" Bucureşti.

Clasa VIII-a : Rociu Margareta (VIII : 155*).

Institutul „Sf. Elena" Bucureşti.

Clasa VII-a : Elson S. Eva (VII : 226, 31).

Şcoala Evanghelică Bucureşti.

Clasa V-a : Goldenberg E. (V : 278).

Liceul de fete „Principesa Elena" Braşov.

Clasa V-a : Istrate I. Ileana (V : 286*, 7).

Liceul de fete Caracal.

Clasa VII-a: Musceleanu Ileana (VII: 218, 24*, T. c.: 51).

Liceul Ortodox „Elena Doamna" Cernăuți.

Clasa VI-a: Redlov G. Sylvia (239, 46, 7, 50, 9, 64, 5, T. c.: 53).

Liceul de fete „Regina Maria" Cluj.

Clasa IV-a: Leuca I. Elena (IV: 212, 22, 3*, 4, 30, 1).

Liceul de fete „Mihail Kogălniceanu" Galați.

Clasa VIII-a: Grigoriu Aurora (VIII: 155*, 66, 8, T. c.: 68).

Liceul de fete „Elisabeta Doamna" Rădăuți.

Clasa V-a: Abraham R. Mina (V: 261).

Liceul de fete „Carabella" Târgoviște.

Clasa V-a: Ambrozie V. Maria (V: 268, 80).

Liceul de fete „Principesa Ileana" Tighina.

Clasa IV-a: Levin I. R. (T. c.: 74).

Liceul „Gh. Lazăr" București.

Clasa IV-a: Călinescu G. C. (IV: 231), Fridman I. B. (IV: 241), Frigator M. M. (IV: 227, 37, 41), Krauss V. R. (IV: 241, 54, 5, 61, T. c.: 77), Malaxa N. C. (IV: 247, 9), Moscovici I. N. (IV: 227, 53), Petrescu I. I. (IV: 231, 9, 44, 7, 9, 53, V: 287), Rădulescu S. A. (IV: 224). — *Clasa V-a:* Areșteanu O. H. (V: 256, 7, 60, 1, 8, 78, 81), Grigoto M. M. (V: 278), Manuilă S. A. (V: 257, 86). — *Clasa VI-a:* Borcescu Em. U. (VI: 234, 5*), Ionescu M. M. (VI: 227, 34, 42, 3, 6, 7, 50, 1, 7, 9, 88), Ionescu V. Gr. (VI: 244), Schwartz I. (VI: 276, 9). — *Clasa VII-a:* Decuseară M. (VII: 225*), Popescu A. M. (T. c.: 50). — *Clasa VIII-a:* Drăghicescu F. M. (VIII: 162), Slăvescu D. R. (VIII: 143, T. c.: 50, 1).

Liceul „Mihai Viteazul" București.

Clasa VI-a: Duțu G. G. (VI: 257, 64, 5, 8, 79), Horezeanu Sp. M. (VI: 259, T. c.: 74), Schönberger A. L. (VI: 247, 59, 64), Serdici V. Gh. (VI: 229, 41, 56*, 7, 66). — *Clasa VII-a:* Călinescu D. Tr. (VII: 218), Constantinescu Gh. A. (VII: 209, T. c.: 49), Dumitrescu M. Gh. (VII: 250), Marius L. (VII: 229, 54), Miron T. R. (VII: 49). — *Clasa VIII-a:* Conovici N. P. (VIII: 166, 8).

Liceul „Matei Basarab“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Constantinescu I. Gh. (VII: 218, 35*), Preciado I. T. (VII: 209, 17, 8, 9, 20, 1, 3, 4, 5, T. c.: 50, 1), Şaichin O. A. (VII: 217, 8, 25, T. c.: 57).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa V-a: Angelescu C. C. (V: 256, 7, 60, 3), Grigoriu A. C. (V: 268, 80, 7), Şeibulescu A. C. (V: 255, 6, 72, 8, 86*). — *Clasa VI-a:* Săruleşteanu I. Em. (VI: 225, 7, 9, 34, 46), Stănculescu M. (VI: 268, 76, 9).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Ciurescu I. Fl. (IV: 240, VI: 254, T. c.: 74, 6).—*Clasa V-a*: Constantinescu Th. Gh. (V: 278). — *Clasa VI-a:* Inculeţ I. I. (VI: 246, 7, 51, 9, 72).—*Clasa VII-a:* † Ciurescu I. R. (T. c.: 51), Nastea H. M. (VII: 224).

Liceul „Mihail Eminescu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Costescu Gh. I. (V: 261, 4, 9, 78, 81), Leibovici S. (V: 265, 8, 9, 72, 8, 86). — *Clasa VI-a:* Voinescu N. N. (VI: 259*, 66, T. c.: 72).— *Clasa VII-a:* Andoniu C. C. (VII: 218, 25), Gheorghiu V. M. (VII: 218, 25).

Institutul „Schewitz Thierrin“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Kleemann E. A. (IV: 241, 44). — *Clasa VI-a:* Drăguşanu I. I. C. (IV: 227), Gheorghe I. C. (VI: 259, 66), Mihailescu C. (VI: 227), Săndulescu G. I. (VI: 259, 66).

Liceul „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa V-a: Negoescu S. T. (V: 278). — *Clasa VI-a:* Georgescu N. C. (VI: 246, 57, T. c. 74), Ille C. C. (T. c.: 74), Litvin D. A. (VI: 241), Zornea N. Gh. (VI: 246, 57, T. c.: 74).

Liceul „Sf. Iosif“ Bucureşti.

Clasa V-a: Benţe V. G. (V: 278). — *Clasa VI-a:* Ardare C. N. (VI: 235, 66, T. c.: 72).

Liceul „Profesorii Asociaţi“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Şerbănescu C. N. (VI: 234, 5, 41).

Liceul „Principele Carol“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Teodorescu N. (VII: 225*, 6).

Liceul „Cantemir Vodă“ Bucureşti.

Clasa VIII-a: Georgescu N. N. (T. c.: 49).

Liceul „Marele Voevod Mihai“ Bucureşti.

Clasa V-a: Bernard I. I. (V: 278) Golz N. W. (V: 278).—*Clasa VI-a:* Michelsohn I. L. (VI: 244, 6, 7, 52, 76, 9).

Liceul particular Libros Bucureşti.

Clasa VI-a: Segal J. (VI: 239, 41, 6).

Liceul „Mihai Viteazu“ Alba-Iulia.

Clasa V-a: Vasilescu-Stabu A. M. (V: 281, 4, 5*, 7, 8, VI: 249, 51, 6, 7, 9*, 62, 4, 5, 7, 8, T. c.: 59, 67, 73).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa IV-a: Popp I. V. (IV: 223, 31, 44, 9, 55, 61, 80, T. c.: 74, 6).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa V-a: Micu P. (V: 278, VIII: 161), Pârvu V. A. (V: 261).— *Clasa VII-a:* Schwartz I. (VII: 229).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa VII-a: Zisman J. (T. c.: 68).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa VI-a: Jidanu I. C. (VI: 250).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa III-a: Pop O. E. (IV: 238, 41). — *Clasa V-a:* Cristea I. N. (V: 286).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Bădilă Şt. (V: 278) Boboc I. Al. (V: 278), Gheorghe A. I. (V: 280, 1, 4, 5, 6, 7), Manea A. (V: 278), Nicolau V. E. (V: 280, 5, 6, 7), Pascu I. L. (V: 278), Rottenberg P. A. (V: 278). — *Clasa VI-a:* Enăceanu P. A. (VI: 247, 65, 8, T. c.: 74).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa VI-a: Cojanu G. A. (VI: 256, 65), Mihăilescu N. M. (T. c.: 74), Podar C. C. (T. c.: 72), Scrob L. (VI: 244).

Liceul „Internat" Buftea.

Clasa V-a: Arapu V. (V: 278), Cernescu Gh. (V: 258), Eftimiu Em. (V: 257, 78), Gheorghiu D. N. (V: 278), Matei M. N. (V: 278), Petrescu (V: 278), Vişan N. C. (V: 278).

Liceul „B. P. Haşdeu" Buzău.

Clasa VII-a: Ivaşcu V. A. (VII: 210).

Liceul „Ştirbei Vodă" Călăraşi.

Clasa V-a: Iancu I. Gh. (V: 278), Rădulescu Gh. Em. (V: 251), Ulescu N. P. (V: 261, 8, 78, 86, 7). — *Clasa VI-a:* Alexandrescu Gh. R. (VI: 246, 7), Bucelea A. D. (VI: 241*, 56, 66), Iliescu C. Al. (VI: 246, 7, 59, 66), Zaharia I. C. (VI: 247).

Liceul „Ioniţă Asan" Caracal.

Clasa III-a: Musceleanu I. D. (IV: 231, 5) — *Clasa V-a:* Lungescu D. (V: 268, 81). — *Clasa VII-a:* Cacaliceanu M. I. (T. c.: 49).

Liceul Ortodox Cernăuţi.

Clasa VIII-a: Cardaş F. (VIII: 149), Mendel E. T. (VIII: 149, 62).

Liceul „Aron Pumnul" Cernăuţi.

Clasa VI-a: Zahariciuc M. E. (VII: 241*).

Liceul „Marele Voevod Mihai" Cernăuţi.

Clasa V-a: Bernhard I. I. (V: 269, VII: 223, 58).

Liceul „B. P. Haşdeu" Chişinău.

Clasa V-a: Meer N. M. (V: 258, 62, 9, 78, 80). — *Clasa VII-a:* Andelman D. H. (VII: 229).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa IV-a: Vuia R. (IV: 241, 61). — *Clasa VII-a:* Saegiu V. C. VII: 229, 46, 50, 4, T. c.: 60*, 74).

Şcoala Normală Cluj.

Clasa IV-a: Lupaşcu I. N. (V: 278), Socina Gh. (IV: 241), — *Clasa V-a:* Coroiu M. P. (V: 261), Cuibrus V. I. (V: 261).

Liceul „Dr. C. Angelescu" Cluj.

Clasa V-a: Bolohan I. I. (V: 278).

Liceul „Mircea Cel Bătrân" Constanța.

Clasa IV-a: ZAVEN K. B. (IV: 224, 37).

Colegiul Național „Carol I" Craiova.

Absolvenți: TĂNĂSESCU J. (VIII: 149, 151, 2, 4*, 7, 8, 61, 2, 3).

Liceul „Gr. Ghica" Dorohoi.

Clasa VI-a: ROBU S. TR. (VI: 235).

Liceul „N. Gane" Fălticeni.

Clasa VI-a: DIMITROV V. C. (VI: 259, 64, 5, 6, 7, 8),

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa IV-a: ATANASIU C. D. N. (IV: 241), NAGHI V. C (IV: 224, 41). — *Clasa V-a:* ALEXANDRESCU I. P. (V: 278).

Liceul particular evreesc Galați.

Clasa VII-a: BEHRMAN S. M. (T. c.: 43, 58).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa IV-a: MARINESCU T. N. (IV: 223, 4, 30, 1, 7, 40*). — *Clasa VII-a:* BILCEA D. GH. (VII: 218, 24).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iași.

Clasa VI-a: DANȚUȘ TR. (VI: 266), DOBROVICI D. (T. c.: 43), MARCUSOHN S. L. (VI: 234, 5, 46, 7), MOTAȘ C. C. (VI: 259, 66, 7, 79, T. c.: 43, 74, 6, 7), REISCHER L. H. (VI: 238, 9, 46, 7, 51, 6, 9, 64, 5, 6, 8, T. c.: 76, 7), SAVA I. V. (VI: 244, 6, 7), SOLOMON I. I. (VI: 251, 65, 6, T. c.: 74, 6, 7).

Liceul Național Iași.

Clasa IV-a: ISĂCESCU N. A. (IV: 224, 41, 61, V: 258, 88, VI: 246, 59). — *Clasa VI-a:* FELDMAN L. O. (VII: 209), ROBU T. C. (VI: 235, 43, 6, 65, 6, 7, T. c.: 65).

Liceul „Coriolan Brediceanu" Lugoj.

Clasa V-a: GALL D. Z. (V: 278, T. c.: 43). — *Clasa VI-a:* SCHMIDT V. O. (VI: 246), SORIAN I. O. (VI: 246).

Liceul „Tasse Dumitrescu" Mizil.

Clasa V-a: DIACONU A. C. (V: 278), TEODORESCU T. GH. (V: 278).

Liceul „Vasile Lupu“ Orhei.

Clasa VI-a: Miroşnicenco F. V. (VI: 259, 64, 5, 7).

Liceul „I. C. Brătianu“ Piteşti.

Clasa IV: Nicolau Gr. C. (IV: 224, 7, 31).

Liceul Industrial Piteşti.

Clasa IV-a: Barbu I. C. (IV: 224, V: 257), Ionescu G. A. (IV: 224, 30), Nicolescu S. I. (IV: 224, 30), State I. N. (IV: 224, 30).

Liceul „Petru şi Pavel“ Ploeşti.

Clasa V-a: Cernescu G. (V: 278), Stănescu Gr. Gr. (V: 261), Vasilescu N. Gh. (V: 261), Zotta Şt. Şt. (V: 278) — *Clasa VIII-a:* Anastasescu M. M. (VIII: 166, 8, T. c.: 69, 74, 6), Dumitrescu G. N. (VIII: 168), Mihăiescu S. N. (VIII: 159, 66, 70*, T. c: 69), Miu D. N. (VIII: 166, T. c.: 74), Vulcan G. N. (T. c.: 68, 9, 74, 6).

Liceul „Al. Lahovari“ Râmnicu Vâlcea.

Clasa VII-a: Iepureanu N. I. (VII: 225, 6), Lăzărescu M. M. (VII: 226).

Liceul „Mihail Eminescu“ Satu-Mare.

Clasa V-a: Turtureanu G. P. (V: 256, 61, 72, 84, 5, 6, 7).

Liceul „Durostor“ Silistra.

Clasa IV-a: Dumitrescu A. D. (IV: 223, 44).

Liceul „Tudor Vladimirescu“, Târgu-Jiu.

Clasa V-a: Pănoiu A. I. (V: 257, 60, 1, 8, 9, 78, 80). — *Clasa VII-a:* Roşca D. P. (VII: 226, 54, T. c.: 74).

Liceul „Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: Bakonyi C. C. (IV: 241), Teleguţ M. (IV: 223). — *Clasa V-a:* Oprin I. C. (V: 278). — *Clasa VII-a:* Kiss A. (VII: 225*).

Liceul „Traian“ Turnu Severin.

Clasa IV-a: Glogojanu I. M. (IV: 224, 50), Mărăşescu V. A. (IV: 244, V: 280). — *Clasa V-a:* Căpraru C. A. (V: 258, 78), Giurescu N. V. (V: 269, 71), Paulini R. R. (V: 269, 71).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa III-a: Crăciunescu I. M. (IV: 225). — *Clasa IV-a:* Bârlea G. G. (IV: 244, T. c.: 74). — *Clasa V-a:* Anastasiu M. M. (V: 258, 69, 78, VIII: 150, T. c.: 74, 6), Cernat C. (V: 261*), Gheorghiu Gh. (V: 257, 78), Jipescu N. N. (V: 269, 78), Roboiu Gh. N. (V: 269, T. c.: 57), Rădulescu Gh. N. (V: 278, T. c.: 57), Staicu I. N. (V: 258, 99, VII: 205, T. c.: 74), Stoenescu D. M. (V: 270, 80, 99, T. c.: 74). — *Clasa VI-a:* Pascu H. (VI: 259), Vlădoianu R. G. (VI: 256). — *Clasa VII-a:* Ştefănescu C. (VII: 225*). — *Clasa VIII-a:* Daia M. (VIII: 166, 8).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa V-a: Bădescu F. C. (V: 261, 72, 8, 80, 4, 6*, 7), Brătan M. (VII: 280, 6), Ţurlescu A. (V: 257, 8). — *Clasa VI-a:* Muraru P. D. (VI: 246, 7), Sgarbură Gr. M. (VI: 246, 7). — *Clasa VII-a:* Balaban C. Gh. (VII: 231).

Liceul militar „Mihai Viteazu" Târgu-Mureş.

Clasa IV-a: Creţu V. (IV: 196), Măinescu Z. I. (IV: 231), Tătaru C. (IV: 223), Vasiliu C. D. (IV: 230). — *Clasa V-a:* Apreotesei I. C. (V: 286, 8), Canari A. V. (V: 268, 80), Georgescu N. M. (V: 268, 9, 78, 80), Ionescu A. D. (V: 286), Măgeanu I. N. (V: 278), Maieru N. I. (V: 278), Mihăilescu (V: 268), Mironescu I. D. (V: 268, 86, 8), Munteanu F. (V: 268, 9, 80), Neamţu E. (V: 268, 80), Pârloagă D. (V: 268, 9, 86), Popescu F. C. (V: 268), Rădaşanu Gh. I. (V: 268, 9, 86, 7), Stănescu F. D. (V: 268, 9, 78, 80, 6, 7), Suteu I. (V: 280, 6, 7), Topalescu Gh. (V: 286). — *Clasa VI-a:* Iacob Şt. (VI: 266). — *Clasa VII-a:* Toma N. N. (VII: 217, 8).

Liceul militar Iaşi.

Clasa V-a: Bărbieru V. (281, 6), Bârsan H. (V: 278, 81), Cârdeiu D. Gh. (V: 251, 62, 5, 70, 5, 8, 80, 1, 4, 6, 8), Constantinescu D. R. (V: 281), Constantin V. P. (V: 271, 2, 80, 4, 6, 7), Crăciun I. I. (V: 271, 2, 8, 80, 6*, 7), Davidoaia C. (V: 278, 86), Gheorghiu P. P. (V: 281, 6, 8), Gheţu P. D. (V: 278), Huianu I. (278), Jiletcovici G. Al. (V: 278, 80, 6), Mesteş E. (V: 281, 7), Paraschiv D. C. (V: 280, 6, 7), Paraschivescu I. (V: 280, 6, 7, 8), Pascaru I. C. (V: 278, 86*, 7), Petrescu A. (V: 278, 86, VI: 266), Popa D. M. (V: 272, 4, 8. 81, 6, 7), Prigoreanu G. (V: 286), Savin I. I. (V: 278, 86, 7, 8), Ştefănescu L. (V: 269, 86), Toma P. (V: 278), Trufin C. Tr. (V: 273, 80, 6, 7), Turcu R. S. (V: 273, 4, 8).

Liceul militar Chişinău.

Clasa IV-a: Cojoacă M. P. (IV: 241), Ilie N. (IV: 241), Jalbă A. L. (IV: 241). — *Clasa V-a:* Petcu V. (V: 251, 69, 70, 8). — *Clasa VI-a:* Bărbulescu V. (VI: 244, 6), Burghele G. (VI: 246), Fluture V. (VI: 246), Nemţeanu M. (VI: 246*), Pântescu C. (VI: 246), Pârvulescu A. V. (VI: 244).

Liceul militar Cernăuți.

Clasa V-a: Cotulbea I. (V: 262, 3), Ionescu D. St. (V: 261, 5, 75*, 8, 86).

Fără indicație de școală și clasă.

Mureșan V. I. (IV: 227, 35).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Septembrie 1937

Clasa IV-a. *Exerc. 262.* Se consideră un dreptunghiu ABCD. Dacă se rotește în jurul laturei DC obținem un cilindru a cărui suprafață totală este $\frac{3}{4}$ din a cilindrului ce s'ar obține rotindu-l în jurul lui DA.

Știind că diagonala dreptunghiului este *10 a*, să se calculeze suprafața lui.

C. I. B.

IV. 263. Să se afle volumul unui corp în formă semisferică terminată cu un con cu înălțimea cât raza sferei, știind că suprafața laterală este 4282,96 cm^2.

N. M.

IV. 264. Se taie o sferă prin două plane paralele: unul ce trece prin centru, al doilea astfel încât să taie sfera după un cerc cu raza pe jumătate cât a sferei.

Să se calculeze aria totală a trunchiului de con ce are drept baze secțiunile făcute de cele două plane paralele în sferă.

G. D. S.

IV. 265. Să se rezolve ecuațiunea:

$$(x+a+b)^2+(x-a+b)^2=(x+a-b)^2+(x-a)^2-2b(x-a)+5b^2.$$

H. P. I.

IV. 266. Intr'un tetraedru regulat se înscriu patru sfere egale tangente între ele şi tangente la feţele tetraedrului. Se cere:

a) Care e raza sferelor în raport cu muchia tetraedrului.

b) Care e raportul dintre volumul tetraedrului şi volumul celor patru sfere.

U. M. F.

IV. 267. Să se afle volumul unui con circular drept ştiind că suprafaţa lui laterală se desfăşoară după un semicerc şi că suprafaţa totală a lui este $27\pi m^2$.

A. G.

IV. 268. O sferă de rază R este terminată cu un con circumscris, planul cercului de contact fiind la distanţa a de centrul sferei. Să se afle suprafaţa şi volumul solidului considerat.

A. G.

IV. 269. Două sfere egale au fiecare centrul pe suprafaţa celeilalte. Care este raportul între suprafaţa exterioară a solidului astfel format şi suprafaţa cercului comun celor două sfere?

U. M. F.

IV. 270. O prismă are baza dreptunghiulară de dimensiuni *0,3 m* şi *0,4 m*. Ce înălţime ar trebui să aibă, pentru ca suprafaţa laterală să fie jumătate din suprafaţa totală?

I. L.

IV. 271. Un trunchiu de con este circumscris unei sfere de rază a. Suma diametrilor bazelor fiind $4a$, să se afle aria totală a trunchiului de con.

C. I. B.

Clasa V-a. *Exerc. 303.* Să se rezolve sistemul:

$$\left|\begin{array}{l} ax^5 + by^3 + cz = a + b \\ bx^5 + cy^3 + az = b + c \\ cx^5 + ay^3 + bz = c + a \end{array}\right.$$

C. I. B.

V. 304. Să se demonstreze că, dacă $p^2 - p'^2 = 4q$, atunci una din rădăcinile ecuațiunilor

$$x^2 + px + q = 0 \quad \text{și} \quad y^2 + p'y + q' = 0$$

este egală cu suma celorlalte trei rădăcini.

GH. B.

V. 305. Pe laturile $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3A_4}$, ... ale unui poligon regulat înscris în cercul O se construesc în afară sau înăuntru pătrate cu centrele $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ Să se demonstreze că razele OA_2, OA_3, $OA_4, \ldots$ sunt perpendiculare pe $\alpha_1\alpha_2$, $\alpha_2\alpha_3$, $\alpha_3\alpha_4, \ldots$

GH. B.

V. 306. In trapezul isoscel ABCD, fie E și H mijloacele bazelor $\overline{AB}$ și $\overline{CD}$. Se ia pe $\overline{DC}$, $\overline{CF} = \overline{CG} = \overline{BE}$ și pe $\overline{AB}$, $\overline{BI} = \overline{BJ} = \overline{CH}$. Cercurile circumscrise triunghiurilor EFG, HIJ și trapezului ABCD, sunt toate egale.

N. M.

V. 307. Dacă ABC și $A_1B_1C_1$ sunt două triunghiuri omologice înscrise în același cerc, să se stabilească relațiile în valoare absolută:

$$\frac{\overline{A_1B}}{\overline{A_1C}} \cdot \frac{\overline{B_1C}}{\overline{B_1A}} \cdot \frac{\overline{C_1A}}{\overline{C_1B}} = 1; \quad \frac{\overline{AB_1}}{\overline{AC_1}} \cdot \frac{\overline{BC_1}}{\overline{BA_1}} \cdot \frac{\overline{CA_1}}{\overline{CB_1}} = 1.$$

A. G.

V. 308. Să se calculeze latura octogonului regulat înscris convex, apoi latura octogonului stelat și să se arate că latura patratului este media lor geometrică.

G. D. S

V. 309. Fie un cerc O și pe el două puncte A și B. Știind că M_1, M_2, M_3 sunt respectiv mijloacele arcelor AB, AM_1, M_1M_2; iar N_1, N_2, N_3 punctele de intersecție dintre AB și OM_2; AM_1 și OM_2; AM_2 și OM_3, să se arate că cercurile $N_2N_3M_2$ și $N_1N_3M_1$ sunt tangente în N_3.

H. P. I.

V. 310. Să se pună expresiunea:

$$\frac{y+\sqrt{y^2+xy+yz+zx}}{\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}}$$

subt forma cea mai simplă

H. P. I.

V. 311. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\sqrt{x-\sqrt{1+x}}-\sqrt{x}+1=0.$$

U. M. F.

V. 312. Ecuaţiunea $x^2+px+q=0$ are rădăcinile x_1 şi x_2. Să se formeze ecuaţiunea care are rădăcinile

$$\frac{x_1^2}{x_2} \text{ şi } \frac{x_2^2}{x_1}.$$

U. M. F.

V. 313. Dintr'o sârmă de lungime $4a$ s'a construit un paralelipiped dreptunghiu echivalent cu un cub cu latura c şi cu aria totală $2b^2$.

Care sunt dimensiunile paralelipipedului ştiind că între numerele a, b, c avem relaţiunea $ab^2=c^3$? Discuţiune.

O. N. Ţ.

V. 314. Dacă m, n sunt coordonatele unui punct din plan, să se găsească punctele pentru care ecuaţiunea:

$$(m+n)^2x^4-2(m^2-n^2)^2x^2+(m-n)^2=0$$

are rădăcini reale pozitive.

Care sunt punctele din plan pentru care ecuaţiunea are rădăcini duble?

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 282.* Fie ABC un triunghiu isocel. Se duce înălţimea şi bisectoarea din vârful B (adiacent bazei) care taie latura opusă respectiv în M şi N. Să se găsească valoarea lui $\overline{MN}$ în funcţiune de baza şi înălţimea triunghiului.

U. M. F.

VI. 283. Pe laturile unui triunghiu ABC ca diametre se construesc trei sfere. Fie M şi N punctele comune celor trei sfere. Să se calculeze volumul solidului ABCMN în funcţiune de laturile triunghiului ABC. Care este suprafaţa laterală a solidului?

U. M. F.

VI. 284. Să se afle volumul şi suprafaţa laterală ale unui trunchiu de piramidă dreaptă cu baza un poligon regulat cu *şasesprezece* laturi, ştiind că înălţimea trunchiului de piramidă, latura uneia din baze şi raza cercului circumscris celeilalte baze au aceeaşi lungime *a*.

H. P. I.

VI. 285. Să se afle volumul născut prin rotirea unui triunghiu dreptunghiu în jurul medianei corespunzătoare ipotenusei.

A. G.

VI. 286. Să se rezolve un triunghiu ştiind că rotindu-se în jurul laturilor a, b, c, naşte volume egale respectiv cu $\frac{\pi}{3}\alpha, \frac{\pi}{3}\beta, \frac{\pi}{3}\gamma$, unităţi cubice.

A. G.

VI. 287. Să se determine arcele care fac maximă expresiunea:

$$E \equiv (\sin^2 x - \cos x)\cos x \cos^2 \frac{x}{2}$$

(fără ajutorul derivatelor).

Să se calculeze maximul lui E.

G. D. S.

VI. 288. Fiind dat un triunghiu ABC şi A_1 punctul diametral opus lui A pe cercul circumscris triunghiului, să se arate că:

$$\overline{A_1B} + \overline{A_1C} = \overline{BC} \cdot \frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\cos\frac{A}{2}}.$$

C. I. B.

VI. 289. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} x + y = 75^0 \\ \sin^2 2x + \sin^2 2y = \dfrac{7}{4} \end{cases}.$$

C. I. Ţ.

VI. 290. Cunoscându-se perimetrul şi una din diagonalele unui romb, să se afle unghiurile.

Aplicaţie:

$$p = 412\ m\ ;\ d = 56\ m.$$

A. A. R.

VI. 291. Un drum de munte în forma unei linii poligonale este astfel construit încât la fiecare a metri se înclină cu α grade. Ştiind că drumul are L metri, să se găsească altitudinea până la care se ridică.

Discuţiune.

A. A. R.

VI. 292. In orice triunghiu există relaţiunea:

$$\frac{b}{a}\sin A + \frac{c}{b}\sin B + \frac{a}{c}\sin C = \frac{p}{R},$$

notaţiile fiind cele obicinuite.

A. A. R.

VI. 293. Să se rezolve un triunghiu dreptunghiu, ştiind că mediana şi bisectoarea corespunzătoare ipotenuzei au respectiv lungimile m şi n. Discuţiune.

Dacă t şi s sunt două numere întregi, care măsoară ipotenuza şi o catetă a unui triunghiu dreptunghiu, iar m şi n au respectiv valorile: $m = s \cdot t$ şi $n = 2s^2 - t^2$, să se calculeze laturile şi suprafaţa triunghiului cerut şi să se construiască triunghiul cerut. Să se calculeze $\operatorname{tg} | B - 45^0 |$, unde B înseamnă unghiul ascuţit cel mai mare al triunghiului cerut.

($| B - 45^0 |$ reprezintă valoarea absolută a diferenţei unghiurilor B şi 45^0).

O. N. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 256.* Să se verifice prin derivate egalitatea:

$$2 \arccos u = \operatorname{arc\,tg} \frac{u\sqrt{1-u^2}}{u^2 - \frac{1}{2}} .$$

N. M.

VII. 257. Să se stabilească identitatea:

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{y^{(n)}} = \frac{x}{e^x \, La},$$

$y^{(n)}$ fiind derivata de ordinul n a funcțiunii logaritmice $y = \log_a x$, iar L însemnând logaritmul în baza e.

A. G.

VII. 258. Să se studieze domeniul de existență al funcțiunii

$$y = + \sqrt{\frac{\cos x - \cos 2x + \cos 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}}$$

și variațiunea ei, trasându-se curba reprezentativă a acestei variațiuni.

O. N. Ț.

VII. 259. Să se calculeze derivatele funcțiunii:

$$z = \arccos \frac{1 - xy}{\sqrt{1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2}} .$$

A. A. R.

VII. 260. Să se calculeze derivatele funcțiunii:

$$z = \log \operatorname{tg} \frac{y}{x} .$$

A. A. R.

VII. 261. Să se calculeze limita expresiunii

$$\frac{\arcsin (a + x) - \arcsin (a - x)}{\sin (a + x) - \sin (a - x)}$$

pentru $x \to 0$.

C. I. Ț.

VII. 262. Să se calculeze determinantul:

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \cos\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2} & \cos\frac{A}{2}\cos\frac{B-C}{2} & \cos\frac{B}{2}\cos\frac{C-A}{2} \end{vmatrix}$$

a, b, c, A, B, C, fiind laturile și unghiurile unui triunghiu.

C. I. B.

VII. 263. Se consideră mişcarea definitivă de ecuaţiunea:

$$s = t^3 - 5t^2 + 3t + 1$$

Să se studieze mişcarea, presupunând traectoria rectilinie.

C. I. B.

VII. 264. Să se studieze mişcarea rectilinie:

$$s = \sin t + 3\cos t$$

C. I. B.

VII. 265. Vitesa unui mobil ce se deplasează pe o traectorie rectilinie fiind dată de ecuaţia:

$$v = \sin t + 3\cos t$$

Să se studieze mişcarea.

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 180.* Se cere locul geometric al punctelor M din plan, pentru care

$$\overline{MA}^4 - \overline{MB}^4 = k,$$

A şi B fiind două puncte ale planului.

C. I. B.

VIII. 181. Să se calculeze diferenţiala funcţiunii:

$$y = e^x (\operatorname{tg} x + \sec x).$$

A. A. R.

VIII. 182. Să se arate, că avem:

$$\int e^x (1 + x^2)\, dx = e^x (x^2 - 2x + 3) + C.$$

A. A. R.

VIII. 183. Dacă ecuaţiunea $A_0 x^2 + A_1 x + A_2 = 0$ are rădăcinile reale, atunci şi ecuaţiunea

$$2 A_0^2 x^2 + 2 A_0 A_1 x + A_1^2 - 2 A_0 A_2 = 0$$

are rădăcinile reale.

M. I. F.

VIII. 184. Ce valoare trebuie să aibă A, pentru ca ecuațiunea: $x^3 - 5x^2 + 2x + A = 0$, să aibă o rădăcină medie geometrică a celorlalte două.

M. I. F.

VIII. 185. Știind că ecuația $x^3 + px + q = 0$ admite rădăcinile x_1, x_2, x_3 să se afle condițiile ca ecuația: $x_1 x^3 + x_2 x + x_3 = 0$ să aibă două din rădăcini egale respectiv cu p și q și să se găsească rădăcinile.

M. I. F.

VIII. 186. Se dau două puncte fixe în plan, A și B. Prin punctul A se duce o semidreaptă AN care face cu dreapta orientată AB unghiul α, iar prin B se duce semidreapta BP care face cu dreapta orientată AB unghiul 2α.

Să se găsească locul punctului determinat de dreptele AN, BP când unghiul α variază și să se construiască acest loc. Să se rezolve și prin geometria elementară.

O. N. Ț.

VIII. 187. Se dau trei puncte fixe în plan: A, B, C. Prin punctul A se duce o dreaptă AM, iar din B o perpendiculară BM pe AM. Pe segmentul CM se ia un punct P astfel ca $\frac{\overline{CP}}{\overline{CM}} = k$, unde k este o constantă.

Se cere locul lui P. Să se rezolve și prin geometria elementară.

O. N. Ț.

Pentru toate clasele. *Exerc. 82.* Să se demonstreze că produsul lui 9 cu un număr $aaa\ldots aa$, de n cifre egale cu a, este egal cu numărul ce se obține scriind după $a - 1$ de $n - 1$ ori pe 9 și apoi pe $10 - a$.

GH. B.

T. C. 83. Se dau cercurile O_1 și O_2 egale și tangente în M. Un cerc oarecare O trecând prin M taie pe O_1 în A și pe O_2 în B. Dreapta MA întâlnește pe O_2 în A', iar MB întâlnește pe O_1 în B'. Să se demonstreze că

$$\overline{MB} = \overline{MB'} \text{ și } \overline{MA} = \overline{MA'}.$$

GH. B.

T. C. 84. La un tren osiile primului vagon sunt situate la distanța de *6* m, iar ale ultimului vagon la distanța de *8* m. Prin trecerea osiilor la macaz se face un sgomot caracteristic. Știind că între osiile primului vagon sgomotul s'a repetat la *2* secunde, iar între ale ultimului vagon s'a repetat la *4* secunde, să se afle cu cât s'a micșorat viteza trenului între trecerea primului și ultimului vagon la macaz.

A. A. R.

T. C. 85. Când suma patratelor a două numere prime cu *5* este divizibilă cu 5?

I. L.

T. C. 86. Dacă m și n sunt două numere întregi oarecare, nedivizibile cu un număr prim absolut p, atunci numerele m și $mn + p$ sunt prime între ele.

I. L.

T. C. 87. Dacă n este un întreg oarecare, atunci expresiunea

$$n(n^3 + 2n^2 - n + 10)$$

este divizibilă cu *12*.

I. L.

T. C. 88. Să se găsească cea mai mică valoare a lui n, întreg și pozitiv, astfel încât să avem:

$$1937^n + 2 = \mathcal{M}7.$$

I. L.

T. C. 89. Se consideră expresiunea

$$E \equiv x^2 + 5xy + 2y^2 - 7x + y - 1 = 0.$$

Să se determine a, b, α astfel încât făcând substituția:

$$x = a + X\cos\alpha - Y\sin\alpha$$
$$y = b + X\sin\alpha + Y\cos\alpha,$$

expresiunea E să ia forma

$$E = AX^2 + BY^2 + C$$

A, B, C fiind coeficienți ce trebuesc determinați.

C. I. B.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel :

Sus, se va scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare :

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțite de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Lt. Comandor Gr. Zapan, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei și se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviței 158, București 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII științifică, Ediția V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră, ediția III revăzută și îngrijită de Tib. Popoviciu . . . . . Lei 180

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu** și **G. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învățăminte Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută și adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

La aceste prețuri se vor adăuga taxele poștale pentru expediție.

Nr. 1. Vol. IV. al Suplimentului cu Exerciții apare la 1 Octomvrie a. c.